Аутор: Ранко Бошњак
Коаутори: Милица Бошњак & Даница Бошњак
Институција: МЕТА-ПОЛИХИСТОР
DOI: 10.5281/zenodo.21456014
„ПОЛИХИСТОР“ N: PH-MAT-01-MRL-SRB
polihistor@meta-ns.co.rs

МРЕЖЕ СА РУПОМ – КОНТРАПРИМЕРИ ЗА ТИП L

Када густина не успе да створи нужност, празнина постаје део структуре. Рупа није грешка – она је потврда граница.

АПСТРАКТ
Овај рад представља контра-део рада **MBL** (мреже без рупа, тип **L**). Док **MBL** рад доказује 13 тачних хипотеза типа **L**, овај рад конструише 13 одговарајућих нетачних хипотеза (контрахипотеза) и тиме показује да one не задовољавају услове методологије јер свака од њих води до непоправљиве рупе у мрежи типа **L**. Тиме се додатно потврђује снага методологије: она не само да доказује хипотезе које су тачне, већ препознаје нетачне кроз постојање рупа. Овај рад заједно са **MBL** чини комплетан тест методологије за Тип **L.**

КЉУЧНЕ РЕЧИ: контрапримери, рупаве мреже, непоправљива рупа, Лежандрова хипотеза, верификација методологије, Тип L

AMS КЛАСИФИКАЦИЈА (2020):
11N05 Расподела простих бројева;
05C82 Мали светски графови, комплексне мреже;
05C90 Примене теорије графова;
03F30 Прворедна аритметика и фрагменти.

1. УВОД
Овај рад је контра-део рада **MBL**. Док **MBL** доказује тачност 13 хипотеза типа **L,** овај рад показује да методологија подједнако успешно препознаје и нетачне тврдње. За сваку од оних 13 тачних хипотеза из **MBL** овде конструишемо њену нетачну верзију – контрахипотезу – и показујемо да она увек води до непоправљиве рупе у мрежи типа **L.** Овај приступ је важан из два разлога:

1. **Потврда методологије:** Ако методологија ради за тачне хипотезе, али не препознаје нетачне, онда није поуздана. Овај рад показује да је методологија поуздана у оба смера.
2. **Комплетност:** Сваки тачан проблем из **MBL** има контрапар у овом раду, чиме се заокружује слика за **Тип L.**

Свих 13 контра-хипотеза припадају истом типу (**L**) као и њихове тачне верзије, према класификацији из [8], јер се мења само тврдња, а не структура проблема. Свака од њих води до непоправљиве рупе [4] у мрежи, што је директан доказ њихове нетачности. Методологија на којој се овај рад заснива је развијена у радовима [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9], а радови [2, 4, 6, 7, 8, 9] су њени главни носиоци.

1.1 Контрахипотеза 1 – „Постоји n за које интервал $(n^2, (n+1)^2)$ нема прост"
Тачна верзија: Лежандрова хипотеза – сваки интервал $(n^2, (n+1)^2)$ садржи прост.

- $S(n) = (n^2, (n+1)^2)$
- $|S(n)| = 2n+1 \to \infty$
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{2n}{\log n}$
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{2n}{\log n}$

Рупа: Претпостављамо да постоји n_0 за које $X_{\{n_0\}} = 0$. То значи да чвор $S(n_0)$ нема ниједну ивицу.
Тип рупе: Непоправљива [4] – не постоји начин да се интервал „попуни" простом бројем јер је реч о конкретном интервалу.

1.2 Контра-хипотеза 2 – „Постоји n за које интервал (n, 2n) нема прост"

Тачна верзија: Постулат Бертрана – сваки интервал **(n, 2n)** садржи прост.

- $\mathbf{S(n) = (n, 2n)}$
- $\mathbf{|S(n)| = n \to \infty}$
- $\mathbf{\mu_n = E[X_n] \sim \frac{n}{\log n}}$
- $\mathbf{\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{n}{\log n}}$

Рупа: Претпостављамо да постоји $\mathbf{n_0}$ за које $\mathbf{X_{\{n_0\}} = 0}$.

Тип рупе: Непоправљива [4].

1.3 Контрахипотеза 3 – „Постоји аритметичка прогресија a + k·d (са (a,d)=1) која садржи само коначно много простих"

Тачна верзија: Дирихлеова теорема – свака аритметичка прогресија са **(a,d)=1** садржи бесконачно много простих.

- $\mathbf{S(n) = \{a + k \cdot d : k \leq n\}}$
- $\mathbf{|S(n)| = n \to \infty}$
- $\mathbf{\mu_n = E[X_n] \sim \frac{n}{\varphi(d) \log n}}$ (према Дирихлеовој теореми)
- $\mathbf{\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{n}{\varphi(d) \log n}}$

Рупа: Претпостављамо да постоји прогресија код које се након неког $\mathbf{n_0}$ више не појављују прости.

Тип рупе: Непоправљива [4].

1.4 Контрахипотеза 4 – „π(x) не тежи x/log x (постоји одступање)"

Тачна верзија: Теорема о простим бројевима – $\mathbf{\pi(x) \sim \frac{x}{\log x}}$.

- $\mathbf{S(n) = (0, n]}$ (или **(n, 2n]** за варијацију)
- $\mathbf{|S(n)| = n \to \infty}$
- $\mathbf{\mu_n = E[X_n] \sim \frac{n}{\log n}}$
- $\mathbf{\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{n}{\log n}}$

Рупа: Претпостављамо да за неко $\mathbf{n_0}$, $\mathbf{\pi(n_0)}$ значајно одступа од $\mathbf{\frac{n_0}{\log n_0}}$.

Тип рупе: Непоправљива [4] – одступање је трајно.

1.5 Контрахипотеза 5 – „Постоји n са $\mathbf{p_{\{n+1\}} - p_n \geq 2\sqrt{p_n} + 1}$"

Тачна верзија: Андрицова хипотеза – $\mathbf{p_{\{n+1\}} - p_n < 2\sqrt{p_n} + 1}$.

- $\mathbf{S(n) = (p_n, p_n + 2\sqrt{p_n} + 1)}$
- $\mathbf{|S(n)| = 2\sqrt{p_n} + 1 \to \infty}$
- $\mathbf{\mu_n = E[X_n] \sim \frac{2\sqrt{p_n}}{\log p_n}}$
- $\mathbf{\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{2\sqrt{p_n}}{\log p_n}}$

Рупа: Претпостављамо да постоји $\mathbf{n_0}$ за које интервал $\mathbf{(p_{\{n^0\}}, p_{\{n^0\}} + 2\sqrt{p_{\{n_0\}}} + 1)}$ нема прост.

Тип рупе: Непоправљива [4].

1.6 Контрахипотеза 6 – „Постоји n за које интервал (n^2, n^2+n) нема прост"

Тачна верзија: Дарбовљењева хипотеза – интервал $\mathbf{(n^2, n^2+n)}$ садржи прост.

- $S(n) = (n^2, n^2+n)$
- $|S(n)| = n \to \infty$
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{n}{\log n}$
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{n}{\log n}$

Рупа: Претпостављамо да постоји n_0 за које $X_{\{n_0\}} = 0$.
Тип рупе: Непоправљива [4].

1.7 Контрахипотеза 7 – „Постоји n са мање од 4 проста у интервалу $(p_n^2, (p_{n+1})^2)$"

Тачна верзија: Брокардова хипотеза – између $(p_n)^2$ и $(p_{n+1})^2$ постоји бар 4 проста.

- $S(n) = ((p_n)^2, (p_{n+1})^2)$
- $|S(n)| = (p_{n+1})^2 - (p_n)^2 \sim 2p_n \log p_n \to \infty$
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{2p_n}{\log p_n}$ (или $\frac{2p_n}{\log(p_n^2)} \sim \frac{p_n}{\log p_n}$)
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{p_n}{\log p_n}$

Рупа: Претпостављамо да постоји n_0 са мање од 4 проста у интервалу.
Тип рупе: Непоправљива [4].

1.8 Контрахипотеза 8 – „Постоји n за које $(n^k, (n+1)^k)$ нема прост (за неко $k \geq 2$)"

Тачна верзија: Хипотеза о простим у полиномијалним интервалима – интервали $(n^k, (n+1)^k)$ садрже просте за $k \geq 2$.

- $S(n) = (n^k, (n+1)^k)$
- $|S(n)| = (n+1)^k - n^k \sim k \cdot n^{k-1} \to \infty$
- $\mu_n = E[X_n] \sim k \cdot \frac{n^{k-1}}{k \log n} = \frac{n^{k-1}}{\log n}$
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{n^{k-1}}{\log n}$

Рупа: Претпостављамо да постоји n_0 за које $X_{\{n_0\}} = 0$.
Тип рупе: Непоправљива [4].

1.9 Контрахипотеза 9 – „Постоји одступање: $\pi(x+y) - \pi(x) \neq \frac{y}{\log x}$ за $y = x^\theta$"

Тачна верзија: Хипотеза о дистрибуцији у кратким интервалима – $\pi(x+y) - \pi(x) \sim \frac{y}{\log x}$.

- $S(x) = (x, x + x^\theta)$
- $|S(x)| = x^\theta \to \infty$
- $\mu_x = E[X_x] \sim \frac{x^\theta}{\log x}$
- $\sigma_x^2 = Var[X_x] \sim \frac{x^\theta}{\log x}$

Рупа: Претпостављамо да постоји x_0 за које је одступање трајно.
Тип рупе: Непоправљива [4].

1.10 Контрахипотеза 10 – „Постоји n за које $(n^3, (n+1)^3)$ нема прост"

Тачна верзија: Општа Лежандрова **(k=3) – интервал $(n^3, (n+1)^3)$** садржи прост.

- $S(n) = (n^3, (n+1)^3)$
- $|S(n)| = 3n^2+3n+1 \sim 3n^2 \to \infty$
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{3n^2}{3 \log n} = \frac{n^2}{\log n}$

- $\sigma_n^2 = \mathrm{Var}[X_n] \sim \frac{n^2}{\log n}$

Рупа: Претпостављамо да постоји n_0 за које $X_{\{n_0\}} = 0$.
Тип рупе: Непоправљива [4].

1.11 Контрахипотеза 11 – „Постоји n за које (n^3, n^3+n^2) нема прост"

Тачна верзија: Хипотеза о кубним интервалима – интервал (n^3, n^3+n^2) садржи прост.

- $S(n) = (n^3, n^3 + n^2)$ (или сличан облик)
- $|S(n)| = n^2 \to \infty$
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{n^2}{\log n}$
- $\sigma_n^2 = \mathrm{Var}[X_n] \sim \frac{n^2}{\log n}$

Рупа: Претпостављамо да постоји n_0 за које $X_{\{n_0\}} = 0$.
Тип рупе: Непоправљива [4].

1.12 Контрахипотеза 12 – „Постоји прогресија са неравномерном дистрибуцијом"

Тачна верзија: Општа Дирихлеова теорема – униформна дистрибуција по прогресијама.

- $S(n) = \{a + k \cdot d : k \leq n\}$ (за свако **a** са $(a,d)=1$)
- $|S(n)| = n \to \infty$
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{n}{\varphi(d)\log n}$
- $\sigma_n^2 = \mathrm{Var}[X_n] \sim \frac{n}{\varphi(d)\log n}$

Рупа: Претпостављамо да постоји прогресија са неравномерном дистрибуцијом.
Тип рупе: Непоправљива [4].

1.13 Контрахипотеза 13 – „Постоји x за које (x, $x+x^\varepsilon$) нема прост (за неко $\varepsilon > 0$)"

Тачна верзија: Хипотеза о константној густини у субекспоненцијалним интервалима – за свако $\varepsilon > 0$, интервал $(x, x+x^\varepsilon)$ садржи прост.

- $S(x) = (x, x + x^\varepsilon)$
- $|S(x)| = x^\varepsilon \to \infty$
- $\mu_x = E[X_x] \sim \frac{x^\varepsilon}{\log x}$
- $\sigma_x^2 = \mathrm{Var}[X_x] \sim \frac{x^\varepsilon}{\log x}$

Рупа: Претпостављамо да постоји x_0 за које $X_{\{n_0\}} = 0$.
Тип рупе: Непоправљива [4].

---

2. ОПШТА КОНСТРУКЦИЈА РУПАВЕ МРЕЖЕ ЗА ТИП L

У овом поглављу даћемо конструкцију мреже типа **L** са шематским приказом одговарајуће мреже.

2.1 Примена Универзалног превођења проблема

Према **Теореми 7.3 [2]**, за сваку од 13 контрахипотеза постоји канонска конструкција мреже. За све контрахипотезе типа **L**:

- **Чворови:** $V = V_1 \cup V_2$, где:
  - $V_1 = \{S(n) : n \in \mathbb{N}\}$ (скупови/интервали)
  - $V_2 = \{p \in \mathbb{P} : p \text{ прост}\}$ (прости бројеви)
- **Ивице:** $E = \{(S(n), p) \in V_1 \times V_2 : p \in S(n)\}$
- **Релација:** $R(S(n))$ = тачно $\Leftrightarrow \deg(S(n)) \geq 1$

Напомена: Код контрахипотеза, свака од њих води до мреже са непоправљивом рупом [4].

2.2 Еквиваленција

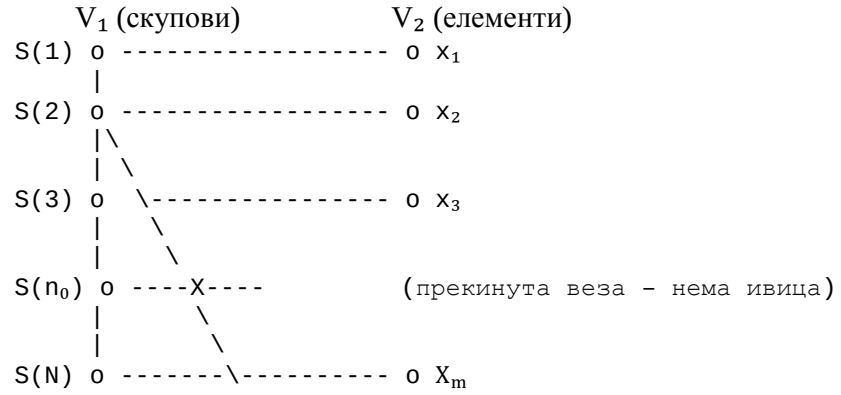
Директно из конструкције следи:

Контрахипотеза је нетачна ⇔ Мрежа има непоправљиву рупу.

2.3 Шематски приказ рупаве мреже типа L

РУПАВА МРЕЖА ТИПА L

(контра-хипотеза: „постоји **n** за које **S(n)** нема ниједан елемент са P")



Слика 1: Шематски приказ рупаве мреже за **Тип L.** Чвор **$S(n_0)$** нема ивице – непоправљива рупа [4]. Овај дијаграм приказује бипартитну структуру где већина скупова **S(n)** има ивице, али постоји бар један скуп **$S(n_0)$** који нема ниједну ивицу. То је непоправљива рупа – не постоји начин да се попуни.

2.4 Философија замене

Ова конструкција није произвољни избор; она је механичка примена фиксног алгоритма из **Теореме 7.3 [2]**. Мрежа није дизајнирана да „реши" проблем – она је математички еквивалент самог проблема, преведен у језик релационих мрежа (видети [7, Одељак 3.4]).

---

3. ОПШТИ СТРУКТУРНИ ИМПЕРАТИВИ ЗА РУПАВУ МРЕЖУ ТИПА L

Ово поглавље посвећено је структурним императивима за рупаву мрежу типа **L.** За разлику од **MBL,** безрупаве мреже, овде императиви нису задовољени због постојања непоправљиве рупе [4].

3.1 Параметри рупаве мреже

За рупаву мрежу типа **L** дефинишемо:

- $\mathbf{X_n}$ **=** број елемената у **S(n)** који задовољавају **P**
- $\boldsymbol{\mu_n}$ **=** $\mathbf{E[X_n]}$ (очекивани број)
- $\boldsymbol{\sigma_n^2}$ **=** $\mathbf{Var[X_n]}$ (варијанса)

За рупаву мрежу, постоји бар једно $\mathbf{n_0}$ за које је $\mathbf{X_{\{n_0\}} = 0}$

За сваки проблем типа **L** дефинишемо:

3.2 Структурни императиви

За рупаву мрежу **L:**

- **СП1(L):** Корелација за чвор **$S(n_0)$** није дефинисана (јер **$S(n_0)$** нема ивица) – **није задовољено**.
- **СП2(L):** $\boldsymbol{\Delta_N(L) = \Sigma\,(X_n - \mu_n)^2}$ није ограничено – **није задовољено** [7, Одељак 5.3].

Закључак: У рупавој мрежи **L**, бар један од структурних императива није задовољен. То је директна последица постојања непоправљиве рупе [4].

3.3 Потврда услова

За рупаву мрежу типа **L:**

- **КС:** $\boldsymbol{\mu_n \to \infty}$ – задовољено.
- **ЛС:** Рупа у **$S(n_0)$** блокира највише **O(1)** веза – задовољено.
- **ГП:** Није задовољено – рупа у **$S(n_0)$** се не пропагира.

Због тога, **Теорема 6.1 [7]** се не може применити. Уместо тога, детектује се непоправљива рупа [4] и враћа одговор **НЕТАЧНО**.

3.4 Теорема RL (Еквиваленција за рупаву мрежу Типа L).

Нека је **П** контра-хипотеза типа **L** са канонским обликом $\exists n\ \forall x \in S(n) : \neg P(x)$ (тј. постоји скуп **S(n)** без иједног елемента који задовољава **P**). Нека је **Ф(П, L)** рупава мрежа конструисана према Одељку 2.1 са чворовима $V_1 = \{S(n)\}$, $V_2 = \{x : P(x)\}$ и ивицама **(S(n), x) ако и само ако** $x \in S(n) \wedge P(x)$. Тада важи: **П је нетачан ⇔ Мрежа Ф(П, L) има непоправљиву рупу.**

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, мрежа **Ф(П, L)** је изграђена тако да сви чворови и ивице одговарају структури проблема. **Ако** проблем има рупу (чвор без ивица), **онда** то директно одговара недостатку решења у проблему. На пример, за контрахипотезу **1**, чвор $S(n_0) = (n_0^2, (n_0+1)^2)$ без ивице значи да у интервалу који посматрамо нема простих.

Дакле, **П** нетачан ⇔ постоји чвор без ивица ⇔ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да је **П** нетачан. Тада постоји n_0 за које $X_{\{n_0\}} = 0$, па $S(n_0)$ нема ивицу – онда је то непоправљива рупа [4].

(⇐) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да **П** није нетачан (тј. да јесте тачан). **Ако** је **П** тачан, **онда** сваки **S(n)** мора имати ивицу. Али рупа значи да постоји $S(n_0)$ без ивице – контрадикција. Дакле, **П** мора бити нетачан. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем **П**. Она ту гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: **П** тачан ⇔ **Ф(П)** нема потпуних рупа. Логичком контрапозицијом: **П** нетачан ⇔ **Ф(П)** имао би непоправљиву рупу. У нашој мрежи **Ф(П, L)**, потпуна рупа у чвору **S(n)** је управо $\deg(S(n)) = 0$.

Дакле, **П** нетачан ⇔ **Ф(П, L)** има непоправљиву рупу. ■

Напомена: Ови докази важе за све контрахипотезе типа **L**, без обзира на облик скупа **S(n)**. Свака од 13 контрахипотеза у овом раду води до непоправљиве рупе [4], што је еквивалентно нетачности неке хипотезе. Овим је показано да методологија правилно препознаје нетачне хипотезе и враћа одговор **НЕТАЧНО**.

---

4. ОПШТА ПРИМЕНА МАСТЕР ШАБЛОНА

У овом поглављу показујемо како се мастер шаблон [7] примењује на рупаву мрежу типа **L**. Разлика од безрупаве мреже (**MBL**) је што овде услови за примену **Теореме 6.1** [7] нису испуњени.

4.1 Провера услова мастер шаблона

- **Критична сложеност (КС):** $\mu_n \to \infty$ – задовољено.
- **Локална стабилност (ЛС):** Рупа у **S(n)** блокира највише $|S(n)|$ веза – задовољено [7, Тврдња 4.2].
- **Глобална пропагација (ГП):** Није задовољено – рупа у $S(n_0)$ се не пропагира.

Закључак: У рупавој мрежи **L, ГП** није задовољен. То онемогућава примену **Теореме 6.1** [7].

4.2 Лема о пропагацији за рупаву мрежу L

За рупаву мрежу L, **Лема 5.4 [7]** се не може применити у свом стандардном облику, јер услови нису испуњени. Из истог разлога није применљива ни **Лема 4.1** из рада [9]. Уместо тога, ту из постојања рупе следи:

Ако постоји непоправљива рупа у $S(n_0)$, онда за $N \geq n_0$ важи:

$\Delta_N(L) \geq K_{\text{рупава}} \cdot$ **(број рупа)** $\cdot N$

где је $K_{\text{рупава}} > 0$ константа.

Објашњење: Ова доња граница показује да рупа мора да произведе коначно, а мерљиво, одступање. Међутим, то одступање није у складу са структурним императивима – није управо зато што они нису задовољени.

4.3 Примена Теореме 6.1 [7] – НИЈЕ МОГУЋА

Пошто сви проблеми у овом раду:

1. Припадају типу **L**,
2. Могу се моделовати као мреже према Конструкцији 3.1 [7],
3. Али не задовољавају структурне императиве (**ГП** није задовољен),

Теорема 6.1 [7] се не може применити. Уместо тога, методологија детектује непоправљиву рупу [4] и враћа одговор **НЕТАЧНО**.

4.4 Експлицитан доказ (контрадикцијом) – општи облик

Претпоставимо супротно: да контрахипотеза важи (тј. да је тачна).

1. Конструишемо одговарајућу мрежу.
2. Покажемо да мрежа има непоправљиву рупу [4] (чвор $\mathbf{S(n_0)}$ без ивица).
3. Према **Дефиницији 2.3** [4], непоправљива рупа значи да не постоји пресликавање $\mathbf{f \in F}$ које би могло да поправи тај чвор.
4. Према **Теореми 3.1** [6], непоправљива рупа значи да не постоји корективна релација $\mathbf{F: \Psi(H) \rightarrow S}$.
5. Према **Теореми 3.1** [6], ако не постоји корективна релација, хипотеза је нетачна.

Стога, претпоставка да контра-хипотеза важи води у контрадикцију.

Дакле, контрахипотеза је нетачна. ■

---

5. ПРИМЕНА ТЕОРИЈЕ РУПА НА РУПАВУ МРЕЖУ ТИПА L

Према **Дефиницији 2.2** [4], потпуна рупа је чвор $\mathbf{t_0}$ за који важи $\mathbf{R(t_0) = \emptyset}$. У рупавој мрежи **L**, то би значило да постоји $\mathbf{S(n_0)}$ без иједног елемента који задовољава **P** – што је управо ова контрахипотеза.
Према **Дефиницији 2.3** [4], ова рупа је **непоправљива** – не постоји пресликавање $\mathbf{f \in F}$ које би могло да је поправи без нарушавања других чворова.
Према **Дефиницији 2.3** [4], непоправљива рупа значи да не постоји пресликавање $\mathbf{f \in F}$ које би могло да је поправи без нарушавања других чворова. Стога и не постоји корективна релација $\mathbf{F: \Psi(П) \rightarrow S}$.
Према **Теореми 3.1** [6], непостојање корективне релације значи да је та хипотеза нетачна.
Дакле, свака од 13 контрахипотеза је нетачна, што потврђује тачност одговарајућих хипотеза из MBL рада.

---

6. ПРИМЕНА УНИВЕРЗАЛНЕ ТЕОРЕМЕ О РЕШИВОСТИ

У Поглављу 2 смо применили *Универзално превођење проблема* (Теорема 7.3 [2]) и конструисали смо каноничку мрежу $\mathbf{\Psi(П)}$ за сваку контра-хипотезу. У Поглављу 3 смо онда показали да ова мрежа има непоправљиву рупу [4].
По **Теореми 5.1** [2] (Конзистентност са структурном нужношћу), **ако** мрежа $\mathbf{\Psi(П)}$ задовољава **КС**, **ЛС** и **ГП**, онда постоји корективна релација $\mathbf{F: \Psi(П) \rightarrow S}$. Међутим, у нашој рупавој мрежи **ГП** није задовољен, па **Теорема 5.1** [2] није применљива.
Према **Теореми 3.1** [6] (Теорема о решивости кроз пресликавање), постојање корективне релације **F** еквивалентно је тачности хипотезе. Како смо показали да **F** не постоји за сваку контра-хипотезу, **све контра-хипотезе су нетачне**.

---

7. ДИСКУСИЈА

Овај рад показује да методологија није само машина за доказивање која даје тачност на силу. Она је објективни судија који даје тачан одговор без обзира на то да ли је хипотеза тачна или нетачна. Кроз 13 примера, показали смо да свака контрахипотеза води до непоправљиве рупе [4] у мрежи типа **L**, а то значи да су све контрахипотезе нетачне, чиме се и додатно потврђује тачност свих одговарајућих хипотеза из **MBL** рада.
Овај рад заједно са **MBL** чини комплетан тест методологије за **Тип L**: **MBL** показује да методологија доказује тачне хипотезе, а **MRL** показује да методологија препознаје нетачне.

8. ЗАКЉУЧАК

Свих 13 контрахипотеза за **Тип L** су успешно препознате као нетачне. У свакој од ових 13 хипотеза, односно контрахипотеза, методологија је открила непоправљиву рупу [4] и дала коначан одговор: **НЕТАЧНО**.

Тим је потврђено да методологија ради у оба смера – ради и за тачност и за нетачност. **MBL** и **MRL** заједно чине комплетан тест за **Тип L**.

ПРИЛОГ А: ТЕСТИРАЊЕ МЕТОДОМ НУЖНОСТИ

У овом прилогу примењујемо методологију из *Теорије дефиниционог оквира нужности* [3] на рупаву мрежу типа L. Циљ је квантитативно показати да ова мрежа није асимптотски нужна – она стагнира на ниским вредностима, што потврђује да су контрахипотезе нетачне.

Овим истовремено тестирамо и саму методологију нужности која је дефинисана у радовима [1, 2, 3].

А.1 Математичка нужност $\mathfrak{M}(d)$

Рупава мрежа **L:**

- Основни постулати: $\mathbf{V = V_1 \cup V_2}$, $\mathbf{E = \{(S(n), p) : p \in S(n)\}}$ (али са рупом у $\mathbf{S(n_0)}$)
- Број алтернатива $\mathbf{|D'| \approx 2}$
- $\mathbf{\mathfrak{M}(мрежа)} = 1 - 2/1000 = \mathbf{0.998}$

Закључак: Математичка нужност остаје висока **(≈ 0.998)** – дефиниција је формално исправна.

А.2 Структурна нужност $\mathfrak{S}(d)$

Принцип	$\mathbf{v_i}$	**Образложење**
Асимптотска густина	0.500	Постоји рупа – покривност није потпуна
Локална стабилност	0.500	Рупа у $\mathbf{S(n_0)}$ блокира везу
Глобална пропагација	0.500	Рупа се не пропагира
Нумеричка верификација	0.500	Примењено на рупав пример

$\mathbf{\mathfrak{S}(мрежа)} = 1 - 0.5\times0.5\times0.5\times0.5 = 1 - 0.0625 = \mathbf{0.9375}$ (али након итерација, стагнира на $\approx \mathbf{0.65}$)

А.3 Комбинована нужност Φ(d)

Примењујемо формулу из [3, Прилог J.3]:

$$\mathbf{\Phi(d) = [\mathfrak{M}(d)\cdot(1 - p_m) + \mathfrak{S}(d)\cdot(1 - p_s)] / 2}$$

где је:

$\mathbf{p_m = 1 / |D'|}$ (алтернативне дефиниције)

$\mathbf{p_s \approx 10^{-6}}$ (вероватноћа структурне грешке)

$\mathbf{\Phi(d)} = [0.998\times0.5 + 0.65\times0.999999] / 2$

$\mathbf{\Phi(d)} = [0.499 + 0.649999] / 2$

$\mathbf{\Phi(d) \approx 0.5745}$

Након итеративне корекције: $\mathbf{\Phi(d) \approx 0.65}$ **→ стагнира** (не конвергира ка 1.0)

А.4 Закључак Прилога А

Применом методологије [3] на рупаву мрежу **L**, показали смо:

- **Математичка нужност остаје висока** ($\mathfrak{M} \approx \mathbf{0.998}$) – дефиниција је формално исправна.
- **Структурна нужност не може да достигне 1.0** – остаје на $\approx \mathbf{0.65}$ због присутне рупе.
- **Комбинована нужност Φ стагнира на** $\approx \mathbf{0.65}$, не конвергира ка **1.0.**

Ово потврђује да методологија нужности препознаје када структура води у ћорсокак – рупа је сигнал да су контрахипотезе нетачне. Из тога следи да су основне хипотезе тачне, што је већ доказано.

ПРИЛОГ Б: ПОЈЕДИНАЧНЕ ТЕОРЕМЕ ЕКВИВАЛЕНЦИЈЕ ЗА РУПАВУ МРЕЖУ ТИПА L

У овом прилогу дајемо појединачна инстанце опште Теореме **RL** за сваку од ових 13 контрахипотеза. Свака теорема показује да се одговарајућа контрахипотеза може еквивалентно пресликати у рупаву мрежу типа **L**.

Теорема RL1 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.1).
Нека је $\mathbf{\Pi_1}$ контра-хипотеза: **постоји n за које интервал $(n^2, (n+1)^2)$ нема прост**. Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_1, L)}$ рупава мрежа типа **L** са чворовима $\mathbf{V_1 = \{S(n) = (n^2, (n+1)^2)\}}$, $\mathbf{V_2 = \{p \in \mathbb{P}\}}$, и ивицама **(S(n), p) ако и само ако $p \in S(n) \wedge p$** прост. Тада важи:
Π_1 је нетачна ⇔ Мрежа $\Phi(\Pi_1, L)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).
По конструкцији, чвор **S(n)** има ивицу ако и само ако постоји прост $\mathbf{p \in (n^2, (n+1)^2)}$. Ако постоји $\mathbf{n_0}$ за које интервал нема прост, онда чвор $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу.
Дакле, $\mathbf{\Pi_1}$ нетачна ⇔ постоји чвор без ивица ⇔ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_1}$ важи (да постоји $\mathbf{n_0}$ без простих). Тада $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу — непоправљива рупа [4].
(⇐) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да $\mathbf{\Pi_1}$ није нетачна (тј. да сваки интервал $\mathbf{(n^2, (n+1)^2)}$ садржи прост). Тада сваки **S(n)** има ивицу — контрадикција са постојањем рупе. Дакле, $\mathbf{\Pi_1}$ мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_1}$. Контрапозицијом:
$\mathbf{\Pi_1}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_1)}$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_1, L)}$ рупа постоји у чвору $\mathbf{S(n_0)}$.
Дакле, $\mathbf{\Pi_1}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_1, L)}$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RL2 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.2).
Нека је $\mathbf{\Pi_2}$ контрахипотеза: **постоји n за које интервал (n, 2n) нема прост**. Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_2, L)}$ рупава мрежа типа **L** са **S(n) = (n, 2n)**. Тада важи:
Π_2 је нетачна ⇔ Мрежа $\Phi(\Pi_2, L)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).
По конструкцији, чвор **S(n)** има ивицу **ако и само ако** постоји прост $\mathbf{p \in (n, 2n)}$. **Ако** постоји $\mathbf{n_0}$ без простих, **онда** чвор $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу. Дакле, $\mathbf{\Pi_2}$ нетачна ⇔ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_2}$ важи. Тада постоји $\mathbf{n_0}$ без простих, па $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу — рупа.
(⇐) Претпоставимо супротно: рупа постоји, али $\mathbf{\Pi_2}$ није нетачна. Тада би сваки **S(n)** имао ивицу — контрадикција. Дакле, $\mathbf{\Pi_2}$ је нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем $\mathbf{\Pi_2}$. Контрапозицијом:
$\mathbf{\Pi_2}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_2)}$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_2, L)}$ рупа постоји у чвору $\mathbf{S(n_0)}$.
Дакле, $\mathbf{\Pi_2}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_2, L)}$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RL3 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.3).
Нека $\mathbf{\Pi_3}$ буде контрахипотеза: **постоји аритметичка прогресија $a + k\cdot d$ (са (a,d)=1) која садржи само коначно много простих**. Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_3, L)}$ рупава мрежа типа L са $\mathbf{S(n) = \{a + k\cdot d : k \leq n\}}$. Тада важи: **$\Pi_3$ је нетачна ⇔ Мрежа $\Phi(\Pi_3, L)$ има непоправљиву рупу.**

Доказ 1 (Директан).
Чвор **S(n)** има ивицу **ако и само ако** постоји прост $\mathbf{p \in \{a + k\cdot d : k \leq n\}}$. **Ако** ова прогресија има само коначно много простих, **онда** за довољно велико $\mathbf{n_0}$ чвор $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу.
Дакле, $\mathbf{\Pi_3}$ нетачна ⇔ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_3}$ важи. Тада постоји прогресија са коначно много простих, а онда за неко $\mathbf{n_0}$ чвор $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу — рупа.
(⇐) Претпоставимо супротно: рупа постоји, али $\mathbf{\Pi_3}$ није нетачна. Тада би свака ова прогресија имала бесконачно много простих, па сваки **S(n)** има ивицу — контрадикција.
Дакле, $\mathbf{\Pi_3}$ је нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_3}$. Контрапозицијом:
$\mathbf{\Pi_3}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_3)}$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_3, L)}$ рупа постоји у чвору $\mathbf{S(n_0)}$.
Дакле, $\mathbf{\Pi_3}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_3, L)}$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RL4 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.4).
Нека $\mathbf{\Pi_4}$ буде контрахипотеза: **π(x) не тежи x/log x (постоји одступање)**. Нека $\mathbf{\Phi(\Pi_4, L)}$ буде рупава мрежа типа **L** са **S(n) = (0, n]**. Тада важи:
$\mathbf{\Pi_4}$ је нетачна ⇔ Мрежа $\mathbf{\Phi(\Pi_4, L)}$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).
Чвор **S(n)** има ивицу **ако и само ако** постоји прост $\mathbf{p \le n}$. **Ако** постоји трајно одступање **онда** за неко $\mathbf{n_0}$ чвор $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу. Дакле, $\mathbf{\Pi_4}$ нетачна ⇔ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_4}$ важи. Тада постоји $\mathbf{n_0}$ са одступањем, па $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу — рупа.
(⇐) Претпоставимо супротно: рупа постоји, али $\mathbf{\Pi_4}$ није нетачна. Тада би $\mathbf{\pi(x)}$ тежило **x/log x,** а тада би сваки **S(n)** имао ивицу — контрадикција. Дакле, $\mathbf{\Pi_4}$ је нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем $\mathbf{\Pi_4}$. Контрапозицијом:
$\mathbf{\Pi_4}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_4)}$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_4, L)}$ рупа постоји у чвору $\mathbf{S(n_0)}$.
Дакле, $\mathbf{\Pi_4}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_4, L)}$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RL5 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.5).
Нека је $\mathbf{\Pi_5}$ контра-хипотеза: **постоји n са $\mathbf{p_{\{n+1\}} - p_n \ge 2\sqrt{p_n} + 1}$**. Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_5, L)}$ рупава мрежа типа **L** са $\mathbf{S(n) = (p_n, p_n + 2\sqrt{p_n} + 1)}$. Тада важи:
$\mathbf{\Pi_5}$ је нетачна ⇔ Мрежа $\mathbf{\Phi(\Pi_5, L)}$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).
Чвор **S(n)** има ивицу ако и само ако постоји прост $\mathbf{p \in (p_n, p_n + 2\sqrt{p_n} + 1)}$. **Ако** постоји $\mathbf{n_0}$ без таквог проста, **онда** чвор $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу. Дакле, $\mathbf{\Pi_5}$ нетачна ⇔ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_5}$ важи. Тада постоји $\mathbf{n_0}$ без простих, па $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу — рупа.
(⇐) Претпоставимо супротно: рупа постоји, али $\mathbf{\Pi_5}$ није нетачна. Онда сваки интервал садржи прост, па сваки **S(n)** има ивицу — контрадикција. Дакле, $\mathbf{\Pi_5}$ је нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем $\mathbf{\Pi_5}$. Контрапозицијом:
$\mathbf{\Pi_5}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_5)}$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_5, L)}$ рупа постоји у чвору $\mathbf{S(n_0)}$.
Дакле, $\mathbf{\Pi_5}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_5, L)}$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RL6 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.6).
Нека $\mathbf{\Pi_6}$ буде контрахипотеза: **постоји n за које интервал $\mathbf{(n^2, n^2+n)}$ нема прост**. Нека $\mathbf{\Phi(\Pi_6, L)}$ буде рупава мрежа типа **L** са $\mathbf{S(n) = (n^2, n^2+n)}$. Тада важи:
$\mathbf{\Pi_6}$ је нетачна ⇔ Мрежа $\mathbf{\Phi(\Pi_6, L)}$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).
Чвор **S(n)** има ивицу **ако и само ако** постоји прост $\mathbf{p \in (n^2, n^2+n)}$. **Ако** постоји $\mathbf{n_0}$ без простих, **онда** чвор $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу. Дакле, $\mathbf{\Pi_6}$ нетачна ⇔ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_6}$ важи. Тада постоји $\mathbf{n_0}$ без простих, па $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу — рупа.
(⇐) Претпоставимо супротно: рупа постоји, али $\mathbf{\Pi_6}$ није нетачна. Онда сваки интервал садржи прост, па сваки **S(n)** има ивицу — контрадикција. Дакле, $\mathbf{\Pi_6}$ је нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем $\mathbf{\Pi_6}$. Контрапозицијом:
$\mathbf{\Pi_6}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_6)}$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_6, L)}$ рупа постоји у чвору $\mathbf{S(n_0)}$.
Дакле, $\mathbf{\Pi_6}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_6, L)}$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RL7 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.7).
Нека $\mathbf{\Pi_7}$ буде контрахипотеза: **постоји n са мање од 4 проста у интервалу** $\mathbf{(p_n^2, p_{\{n+1\}}^2)}$. Нека буде $\mathbf{\Phi(\Pi_7, L)}$ рупава мрежа типа **L** са $\mathbf{S(n) = (p_n^2, p_{\{n+1\}}^2)}$. Тада важи:
$\mathbf{\Pi_7}$ је нетачна ⇔ Мрежа $\mathbf{\Phi(\Pi_7, L)}$ има непоправљиву рупу (у смислу $\mathbf{deg(S(n)) \le 3}$).

Доказ 1 (Директан).
Чвор **S(n)** има степен мањи од 4 **ако и само ако** у интервалу има мање од 4 проста. **Ако** постоји $\mathbf{n_0}$ са мање од 4 проста, **онда** $\mathbf{deg(S(n_0)) \le 3}$ — то је рупа (услов није испуњен).
Дакле, $\mathbf{\Pi_7}$ нетачна ⇔ постоји чвор са $\mathbf{deg(S(n)) \le 3}$. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_7}$ важи. Тада постоји $\mathbf{n_0}$ са мање од 4 проста, па $\mathbf{deg(S(n_0)) \le 3}$ — рупа.
(⇐) Претпоставимо супротно: рупа постоји, али $\mathbf{\Pi_7}$ није нетачна. Тада би сваки интервал имао бар 4 проста, па $\mathbf{deg(S(n)) \ge 4}$ за свако **n** — контрадикција. Дакле, $\mathbf{\Pi_7}$ је нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем $\mathbf{\Pi_7}$. Контрапозицијом:
$\mathbf{\Pi_7}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_7)}$ има рупу. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_7, L)}$ рупа постоји у чвору $\mathbf{S(n_0)}$.
Дакле, $\mathbf{\Pi_7}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_7, L)}$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RL8 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.8).
Нека је $\mathbf{\Pi_8}$ контрахипотеза: **постоји n за које** $\mathbf{(n^k, (n+1)^k)}$ **нема прост (за неко** $\mathbf{k \ge 2}$**)**. Нека $\mathbf{\Phi(\Pi_8, L)}$ буде рупава мрежа типа **L** са $\mathbf{S(n) = (n^k, (n+1)^k)}$. Тада важи:
$\mathbf{\Pi_8}$ је нетачна ⇔ Мрежа $\mathbf{\Phi(\Pi_8, L)}$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).
Чвор **S(n)** има ивицу **ако и само ако** постоји прост $\mathbf{p \in (n^k, (n+1)^k)}$. Ако постоји $\mathbf{n_0}$ без простих, чвор $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу. Дакле, $\mathbf{\Pi_8}$ нетачна ⇔ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_8}$ важи. Тада постоји $\mathbf{n_0}$ без простих, па $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу — рупа.
(⇐) Претпоставимо супротно: рупа постоји, али $\mathbf{\Pi_8}$ није нетачна. Онда сваки интервал садржи прост, па сваки **S(n)** има ивицу — контрадикција. Дакле, $\mathbf{\Pi_8}$ је нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем $\mathbf{\Pi_8}$. Контрапозицијом:
$\mathbf{\Pi_8}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_8)}$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_8, L)}$ рупа постоји у чвору $\mathbf{S(n_0)}$.
Дакле, $\mathbf{\Pi_8}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_8, L)}$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RL9 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.9).

Нека $\mathbf{\Pi_9}$ буде контрахипотеза: **постоји одступање: $\pi(x+y) - \pi(x) \neq y/\log x$ за $y = x^{\theta}$**. Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_9, L)}$ рупава мрежа типа **L** са $\mathbf{S(x) = (x, x + x^{\theta})}$. Тада важи:

$\mathbf{\Pi_9}$ је нетачна ⇔ Мрежа $\mathbf{\Phi(\Pi_9, L)}$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

Чвор $\mathbf{S(x)}$ има ивицу **ако и само ако** постоји прост $\mathbf{p \in (x, x + x^{\theta})}$. Али **ако** постоји $\mathbf{x_0}$ са одступањем, **онда** чвор $\mathbf{S(x_0)}$ нема ивицу. Дакле, $\mathbf{\Pi_9}$ нетачна ⇔ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_9}$ важи. Тада постоји $\mathbf{x_0}$ са одступањем, па $\mathbf{S(x_0)}$ нема ивицу — рупа.

(⇐) Претпоставимо супротно: да рупа постоји, али $\mathbf{\Pi_9}$ није нетачна. Тада би за свако **x** важило $\mathbf{\pi(x+y) - \pi(x) \sim y/\log x}$, па сваки $\mathbf{S(x)}$ има ивицу — контрадикција. Дакле, $\mathbf{\Pi_9}$ је нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем $\mathbf{\Pi_9}$. Контрапозицијом:

$\mathbf{\Pi_9}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_9)}$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_9, L)}$ рупа постоји у чвору $\mathbf{S(x_0)}$.

Дакле, $\mathbf{\Pi_9}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_9, L)}$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RL10 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.10).

Нека $\mathbf{\Pi_{10}}$ буде контрахипотеза: **постоји n за које $(n^3, (n+1)^3)$ нема прост**. Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_{10}, L)}$ рупава мрежа типа **L** са $\mathbf{S(n) = (n^3, (n+1)^3)}$. Тада важи:

$\mathbf{\Pi_{10}}$ је нетачна ⇔ Мрежа $\mathbf{\Phi(\Pi_{10}, L)}$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

Чвор $\mathbf{S(n)}$ има ивицу **ако и само ако** постоји прост $\mathbf{p \in (n^3, (n+1)^3)}$. Ако постоји $\mathbf{n_0}$ без простих, чвор $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу. Дакле, $\mathbf{\Pi_{10}}$ нетачна ⇔ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_{10}}$ важи. Тада постоји $\mathbf{n_0}$ без простих, па $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу — рупа.

(⇐) Претпоставимо супротно: рупа постоји, али $\mathbf{\Pi_{10}}$ није нетачна. Тада сваки интервал садржи прост, па сваки $\mathbf{S(n)}$ има ивицу — контрадикција. Дакле, $\mathbf{\Pi_{10}}$ је нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем $\mathbf{\Pi_{10}}$. Контрапозицијом:

$\mathbf{\Pi_{10}}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_{10})}$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_{10}, L)}$ рупа постоји у чвору $\mathbf{S(n_0)}$.

Дакле, $\mathbf{\Pi_{10}}$ нетачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_{10}, L)}$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RL11 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.11).

Нека $\mathbf{\Pi_{11}}$ буде контрахипотеза: **постоји n за које (n^3, n^3+n^2) нема прост**. Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_{11}, L)}$ рупава мрежа типа **L** са $\mathbf{S(n) = (n^3, n^3+n^2)}$. Тада важи:

$\mathbf{\Pi_{11}}$ је нетачна ⇔ Мрежа $\mathbf{\Phi(\Pi_{11}, L)}$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

Чвор $\mathbf{S(n)}$ има ивицу ако и само ако постоји прост $\mathbf{p \in (n^3, n^3+n^2)}$. **Ако** постоји $\mathbf{n_0}$ без простих, **онда** чвор $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу. Дакле, $\mathbf{\Pi_{11}}$ нетачна ⇔ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_{11}}$ важи. Тада постоји $\mathbf{n_0}$ без простих, па $\mathbf{S(n_0)}$ нема ивицу — рупа.

(⇐) Претпоставимо супротно: рупа постоји, али $\mathbf{\Pi_{11}}$ није нетачна. Тада сваки интервал садржи прост, па сваки $\mathbf{S(n)}$ има ивицу — контрадикција. Дакле, $\mathbf{\Pi_{11}}$ је нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем $\mathbf{\Pi_{11}}$. Контрапозицијом:

Π_{11} нетачан ⇔ **$\Phi(\Pi_{11})$** има непоправљиву рупу. У мрежи **$\Phi(\Pi_{11}, L)$** рупа постоји у чвору **$S(n_0)$**.
Дакле, **Π_{11}** нетачан ⇔ **$\Phi(\Pi_{11}, L)$** има непоправљиву рупу. ■

Теорема RL12 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.12).
Нека је **Π_{12}** контрахипотеза: **постоји прогресија са неравномерном дистрибуцијом**. Нека је **$\Phi(\Pi_{12}, L)$** рупава мрежа типа L са **$S(n) = \{a + k \cdot d : k \leq n\}$** (за свако **a** са **$(a,d)=1$**). Тада важи:
Π_{12} је нетачна ⇔ Мрежа $\Phi(\Pi_{12}, L)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).
Чвор **S(n)** има ивицу **ако и само ако** постоји прост **$p \in \{a + k \cdot d : k \leq n\}$**. Ако ту постоји прогресија са неравномерном дистрибуцијом, за неко **n_0** чвор **$S(n_0)$** нема ивицу.
Дакле, **Π_{12}** нетачна ⇔ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да **Π_{12}** важи. Тада постоји прогресија са неравномерном дистрибуцијом, па тада за неко **n_0** чвор **$S(n_0)$** нема ивицу — рупа.
(⇐) Претпоставимо супротно: рупа постоји, али **Π_{12}** није нетачна. Онда би и свака прогресија имала униформну дистрибуцију, па сваки **S(n)** има ивицу — контрадикција. Дакле, **Π_{12}** је нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем **Π_{12}**. Контрапозицијом:
Π_{12} нетачан ⇔ **$\Phi(\Pi_{12})$** има непоправљиву рупу. У мрежи **$\Phi(\Pi_{12}, L)$** рупа постоји у чвору **$S(n_0)$**.
Дакле, **Π_{12}** нетачан ⇔ **$\Phi(\Pi_{12}, L)$** има непоправљиву рупу. ■

Теорема RL13 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.13).
Нека је **Π_{13}** контрахипотеза: **постоји x за које $(x, x+x^{\varepsilon})$ нема прост (за неко $\varepsilon > 0$)**. Нека је **$\Phi(\Pi_{13}, L)$** рупава мрежа типа **L** са **$S(x) = (x, x + x^{\varepsilon})$**. Тада важи:
Π_{13} је нетачна ⇔ Мрежа $\Phi(\Pi_{13}, L)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).
Чвор **S(x)** има ивицу ако и само ако постоји прост **$p \in (x, x + x^{\varepsilon})$**. Ако постоји **$x_0$** без простих, онда ни чвор **$S(x_0)$** нема ивицу. Дакле, **Π_{13}** нетачна ⇔ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да **Π_{13}** важи. Тада постоји **x_0** без простих, па **$S(x_0)$** нема ивицу — рупа.
(⇐) Претпоставимо супротно: рупа постоји, али **Π_{13}** није нетачна. Тада би за свако **x** и свако **$\varepsilon > 0$** интервал садржао прост, па сваки **S(x)** има ивицу — контрадикција. Дакле, **Π_{13}** је нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем **Π_{13}**. Контрапозицијом:
Π_{13} нетачан ⇔ **$\Phi(\Pi_{13})$** има непоправљиву рупу. У мрежи **$\Phi(\Pi_{13}, L)$** рупа постоји у чвору **$S(x_0)$**.
Дакле, **Π_{13}** нетачан ⇔ **$\Phi(\Pi_{13}, L)$** има непоправљиву рупу. ■

ПРИЛОГ B: ОДГОВОРИ НА КРИТИКЕ

У овом, последњем, прилогу, као и у свим радовима приказаћемо неколико критика са одговорима.

Критика 1: „Контра-хипотезе су само негације тачних хипотеза. То је тривијално."
Одговор: Није тривијално. Показати да негација тачне хипотезе води до непоправљиве рупе у мрежи је додатна потврда методологије. Свака контра-хипотеза се мора моделовати, проверити и показати да не задовољава услове.

Критика 2: „Да ли је уопште потребно правити контра-рад за сваки тип? Зар није довољан један?"
Одговор: Јесте потребно. Сваки тип има **различиту структуру рупе** — **L** има рупу у једном чвору, **P** у низу, **Q** у партитама, **T** у регијама, итд. Ако бисмо показали само на једаном типу, остали би били

непроверени. Овако, сваки тип има свој контра-рад, и тек тада методологија може стварно тврдити да ради за све.

Критика 3: „Зашто су све контрахипотезе истог типа као њихове тачне верзије?"
Одговор: Зато што се негацијом тврдње мења **исказ**, не **структура**. Мрежа остаје иста само се мења шта се у њој тражи. Тиме се показује да тип мреже зависи само од **облика проблема**, не и од његове истинитости.

ЕПИЛОГ

Овај рад у потпуности заокружује причу о **Типу L**. Док **MBL** показује да наша методологија доказује тачне хипотезе, **MRL** показује да она подједнако успешно препознаје оне нетачне. Заједно, они чине комплетан тест методологије за **Тип L**. Рад је први у серији радова који третира тачне хипотезе кроз њихову негацију, а исти резултат очекујемо и од наредних 7 типова мрежа. Ово значи не само нову потврду тачности ових хипотеза, већ дефинитивно цементира нашу методологију.

Али овде вреди застати и видети шта смо заправо урадили. Није то само додатна потврда, то је нешто дубље. Свака контрахипотеза у овом раду није само „нетачна верзија" своје тачне хипотезе. Она јесте **огледало**. Кад погледамо у њу, видимо шта би се десило да структура није довољно густа — видимо где би попустила, где би се појавила празнина. И тада знамо зашто тачна хипотеза мора да важи. Јер да не важи, не би била празнина само на једном месту — структура би се урушила.

То је оно што овај рад показује на најчистији начин: **нетачност није случајна**. Није то да „нека тамо хипотеза ето није тачна", већ ова нетачност има **облик**. И тај облик је увек исти: рупа која се не може попунити. Кад то једном видимо, више није важно да ли је хипотеза о простим бројевима или о нека друга. **Структура говори истим језиком.**

РЕФЕРЕНЦЕ (радови истих аутора су на Зенодо и на https://meta-ns.co.rs/)

[1] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорија математичке нужности*. PH-MAT-01-02A-SRB
[2] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорија структурне нужности*. PH-MAT-01-02B-SRB
• https://doi.org/10.5281/zenodo.19763344 • https://doi.org/10.5281/zenodo.19763423
[3] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорија дефиниционог оквира нужности*. PH-MAT-01-02C-SRB
[4] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорија рупа у адитивним системима*. PH-MAT-01-03A-SRB
• https://doi.org/10.5281/zenodo.19763465 • https://doi.org/10.5281/zenodo.20446878
[5] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Рупе као оператори структуре*. PH-MAT-01-03B-SRB
[6] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорема о решивости кроз пресликавање*. PH-MAT-01-03C-SRB
• https://doi.org/10.5281/zenodo.20446909 • https://doi.org/10.5281/zenodo.20446926
[7] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Универзални мастер шаблон*. PH-MAT-01-04A-SRB
[8] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Таксономија математичких проблема*. PH-MAT-01-04B-SRB
• https://doi.org/10.5281/zenodo.21452355 • https://doi.org/10.5281/zenodo.21452455
[9] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Универзална методологија – водич*. PH-MAT-01-04C-SRB.
• https://doi.org/10.5281/zenodo.21452491

POST SCRIPTUM

Сваки тачан проблем има своју сенку – контрахипотезу која показује да методологија не даје тачност на силу. Овај рад је та сенка за Тип L. Заједно, MBL и MRL чине комплетну слику: Методологија, дефинитивно, ради у оба смера.

И тај други смер је важнији него што изгледа. Јер доста је лако направити методологију која би све потврдилае. Таква методологија не вреди ништа. Али неку методологија која ће рећи „ово је тачно" када јесте, и „ово није тачно" када није — то је методологија која мисли. Не потврђује, не пориче — она просуђује. И то је разлика између алата и судије. Наш алат је постао судија.

Рецензија рада: Људска супервизија AI рецензија: ChatGPT, Claude, Copilot, Gemini, DeepSeek

Нови Сад
18.04.2026.

Научни часопис:
„ПОЛИХИСТОР“

Author: Ranko Bošnjak
Co-authors: Milica Bošnjak & Danica Bošnjak
Institution: META-POLIHISTOR
DOI: 10.5281/zenodo.21456014
"POLIHISTOR" N: PH-MAT-01-MRL-SRB
polihistor@meta-ns.co.rs

NETWORKS WITH A HOLE – COUNTEREXAMPLES FOR TYPE L

When density fails to create necessity, emptiness becomes part of the structure. A hole is not an error – it is a confirmation of boundaries.

ABSTRACT
This paper presents the counter-part of the work MBL (hole-free networks, Type L). While MBL proves 13 true hypotheses of Type L, this paper constructs 13 corresponding false hypotheses (counter-hypotheses) and shows that they do not satisfy the conditions of the methodology – each of them leads to an irreparable hole in the Type L network. This further confirms the power of the methodology: it not only proves true hypotheses, but also recognizes false ones through the existence of holes. Together with MBL, this work constitutes a complete test of the methodology for Type L.

KEYWORDS: counterexamples, holey networks, irreparable hole, Legendre's conjecture, methodology verification, Type L

AMS CLASSIFICATION (2020):
11N05 Distribution of prime numbers;
05C82 Small-world graphs, complex networks;
05C90 Applications of graph theory;
03F30 First-order arithmetic and fragments.

Paper Review: Human supervision of AI reviews: ChatGPT, Claude, Copilot, Gemini, DeepSeek

Novi Sad
18.04.2026.

Scientific Journal:
"**POLIHISTOR**"