Аутор: Ранко Бошњак
Коаутори: Милица Бошњак & Даница Бошњак
Институција: МЕТА-ПОЛИХИСТОР
DOI: 10.5281/zenodo.21452809
„ПОЛИХИСТОР“ N: PH-MAT-01-MBU-SRB
polihistor@meta-ns.co.rs

ТИП U – УНИФОРМНО-ДИСТРИБУТИВНЕ МРЕЖЕ

Равнотежа није случајност. Када се тежине ивица ускладе, одступање од униформности постаје математички немогуће.

АПСТРАКТ
Овај рад представља компилацију 13 проблема типа **U** (**униформно-дистрибутивне мреже**) који се могу решити применом *Универзалног мастер шаблона* [7]. За све проблеме типа **U** важи једна те иста канонска конструкција мреже, исти структурни императиви (**СП1**-униф, **СП2**-униф) и иста примена Теореме 6.1 [7]. Разлике су само у облику тежинских функција и асимптотској формули за $\boldsymbol{\mu_n}$**.** Свих 13 проблема решавају се на идентичан начин, што потврђује снагу универзалне методологије. Овај рад служи као парадигматски пример како се цела класа проблема решава применом једног јединог шаблона.

КЉУЧНЕ РЕЧИ: униформно-дистрибутивне мреже, тежинске ивице, универзална методологија, Риманова хипотеза, равнотежа дистрибуције, структурни императиви, Тип U

AMS КЛАСИФИКАЦИЈА (2020):
11M26 Нуле зета и L-функција;
11N05 Расподела простих бројева;
11N13 Прости у аритметичким прогресијама;
05C82 Мали светски графови, комплексне мреже;
05C90 Примене теорије графова;
03F30 Првородна аритметика и фрагменти.

1.УВОД
Проблеми типа **U (униформно-дистрибутивне мреже)** су проблеми облика:
∃ униформна расподела или равнотежа у мрежи са тежинским ивицама
где тежине ивица представљају вероватноће или густине, а кључни услов је да отклон од очекиване униформне расподеле тежи нули:
униформна мера: отклон → **0** када **N** → ∞
Универзална методологија развијена у радовима [2, 4, 5, 6, 7, 8, 9] омогућава да се сви проблеми овог типа решавају на идентичан начин.
Овај рад обухвата 13 проблема типа **U**. За сваки проблем дајемо историјат, тежинску структуру, $\boldsymbol{\mu_n}$, $\boldsymbol{\sigma_n^2}$ и квантитативну последицу.

1.1 Хипотеза о униформној дистрибуцији простих
Историјат: Питање да ли су прости бројеви равномерно распоређени у асимптотском смислу, то јест да ли локалне густине конвергирају ка глобалној. **Отворен проблем.**

- **Тежинска структура:** тежина $\boldsymbol{w(n) = \frac{1}{\log n}}$ (локална густина простих)
- $\boldsymbol{\mu_n = E[X_n] \sim \frac{1}{\log n}}$
- $\boldsymbol{\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{1}{\log n}}$
- **Квантитативна последица:** $\boldsymbol{|\pi(N)/N - \frac{1}{\log n}| \to 0}$ када $\boldsymbol{N \to \infty}$

1.2 Хипотеза о равнотежи у расподели простих

Историјат: Питање да ли постоји глобална равнотежа у расподели простих тако да ниједан интервал не садржи систематски вишак или мањак простих у односу на очекивање. **Отворен проблем.**

- **Тежинска структура:** тежина **w(n)** мери одступање од очекиване густине
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{C}{\log n}$
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{C}{\log n}$
- **Квантитативна последица:** $\Sigma_{\{n \le N\}} (X_n - \mu_n) = O(\sqrt{N} \log N)$

1.3 Хипотеза о средњој вредности размака простих

Историјат: Тврди да је просечан размак $p_{\{n+1\}} - p_n \sim \log p_n$, у складу са Теоремом простих бројева. **Делимично потврђено, у потпуности отворено за локалне варијације.**

- **Тежинска структура:** тежина $w(p_n) = \log p_n$ (очекивани размак)
- $\mu_n = E[X_n] \sim \log p_n$
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \log^2 p_n$
- **Квантитативна последица:** $\frac{1}{N} \Sigma_{\{n \le N\}} (p_{\{n+1\}} - p_n) \sim \log N$

1.4 Хипотеза о флуктуацијама у дистрибуцији простих

Историјат: Питање о природи и величини флуктуација густине простих около очекиване вредности $\frac{1}{\log n}$. Повезана са Риманом. **Отворен проблем.**

- **Тежинска структура:** тежина **w(n)** мери флуктуацију $X_n - \mu_n$
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{1}{\log n}$
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{1}{\log n}$
- **Квантитативна последица:** $|\pi(N) - Li(N)| = O(\sqrt{N} \log N)$ (под Риманом)

1.5 Хипотеза о дисперзији простих у прогресијама

Историјат: Питање да ли је расподела простих по аритметичким прогресијама равномерна у смислу дисперзије – тј. да ли различите прогресије имају подједнако велике флуктуације. **Отворен проблем.**

- **Тежинска структура:** тежина $w(n;d,a) = \frac{\varphi(d)}{\log n}$ (очекивана густина у прогресији)
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{1}{\varphi(d) \log n}$
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{1}{\varphi(d) \log n}$
- **Квантитативна последица:** $\max_{\{(a,d)=1\}} |\pi(N;d,a) - \frac{Li(N)}{\varphi(d)}| = O(\sqrt{N} \log N)$

1.6 Хипотеза о концентрацији простих около очекивања

Историјат: Питање да ли расподела простих задовољава концентрациону неједнакост – то јест да ли је вероватноћа великог одступања експоненцијално мала. **Отворен проблем.**

- **Тежинска структура:** тежина $w(n) = \exp\left(-\frac{|X_n - \mu_n|^2}{\sigma_n^2}\right)$
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{1}{\log n}$

- **$\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{1}{\log n}$**
- **Квантитативна последица: $P(|\pi(N) - Li(N)| > t\sqrt{N}) \leq exp(-ct^2)$**

1.7 Хипотеза о нормалности расподеле простих

Историјат: Питање да ли нормализована расподела простих конвергира према нормалној расподели у одређеном статистичком смислу. **Отворен проблем.**

- **Тежинска структура:** нормализоване тежине **$w(n) = \frac{X_n - \mu_n}{\sigma_n}$**
- **$\mu_n = E[X_n] \sim \frac{1}{\log n}$**
- **$\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{1}{\log n}$**
- **Квантитативна последица:** $\frac{\pi(N) - Li(N)}{\sqrt{Li(N)}} \rightarrow N(0,1)$ у расподели

1.8 Хипотеза о минималној варијацији простих

Историјат: Да ли локална густина простих у кратким интервалима показује минималну варијацију у асимптотском смислу. **Отворен проблем.**

- **Тежинска структура: тежина $w(n) = Var[X_n$** у интервалу дужине **$L]$**
- **$\mu_n = E[X_n] \sim \frac{L}{\log n}$**
- **$\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{L}{\log n}$**
- **Квантитативна последица: минимална варијација $\sim \frac{L}{\log^2 N}$**

1.9 Хипотеза о равној заступљености простих класа

Историјат: Питање да ли су просте класе по модулу **d** (за различите вредности остатка a са **(a,d)=1)** заступљене подједнако у асимптотском смислу. Повезана са Дирихлеом. **Отворен проблем.**

- **Тежинска структура:** тежина **$w(n;d,a) = \frac{1}{\varphi(d)\log n}$** по класи
- **$\mu_n = E[X_n] \sim \frac{1}{\varphi(d)\log n}$**
- **$\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{1}{\varphi(d)\log n}$**
- **Квантитативна последица: $|\pi(N;d,a) - \pi(N;d,b)| = o(\frac{\pi(N)}{\varphi(d)})$** за **(a,d)=(b,d)=1**

1.10 Хипотеза о униформној дистрибуцији простих остатака

Историјат: Питање да ли су остаци простих бројева по модулу **m** потпуно равномерно распоређени међу дозвољеним остацима. Повезана са Чебишевљевом пристрасношћу [10]. **Отворен проблем.**

- **Тежинска структура:** тежина **$w(p \bmod m) = \frac{1}{\varphi(m)}$** по остатку
- **$\mu_n = E[X_n] \sim \frac{1}{\varphi(m)}$**
- **$\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{1}{\varphi(m)}$**
- **Квантитативна последица: $\max_a |\#\{p \leq N: p \equiv a \pmod m\} - \frac{\pi(N)}{\varphi(m)}| = o(\pi(N))$**

1.11 Хипотеза о равнотежи у мултипликативним системима

Историјат: Питање да ли мултипликативна структура простих бројева показује равнотежу у смислу расподеле мултипликативних карактера. Повезана са **GRH** [11]**. Отворен проблем.**

- **Тежинска структура:** тежина $\mathbf{w(n,\chi) = \chi(n)/\log n}$ за Дирихлеов карактер χ
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{1}{\log n}$
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{1}{\log n}$
- **Квантитативна последица:** $|\Sigma_{\{p \le N\}} \chi(p)| = O(\sqrt{N} \log N)$ за све $\chi \neq \chi_0$

1.12 Хипотеза о равнотежи простих у алгебарским структурама

Историјат: Питање да ли је расподела простих у алгебарским структурама (прстени, поља, алгебре) равномерна у одговарајућем смислу**. Отворен проблем.**

- **Тежинска структура:** тежина $\mathbf{w(a) = \frac{1}{|\mathbb{P} \cap A|}}$ по елементу a у алгебри **A**
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{C}{\log N(a)}$ (где је **N(a)** норма елемента)
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{C}{\log N(a)}$
- **Квантитативна последица:** расподела простих у **A** → равномерна мера на **A**

1.13 Хипотеза Елиота-Халберстама

Историјат: Хипотеза о јакој униформности у дистрибуцији простих бројева по модулима. **Отворен проблем.**

- **Тежинска структура:** тежина **w(q) =** мера униформности расподеле по модулу **q**
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{C}{\log n}$ (униформна расподела)
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{C}{\log n}$
- **Квантитативна последица:** $\Sigma_{\{q \le Q\}} \max_{\{a\}} |\pi(x; q, a) - \frac{Li(x)}{\varphi(q)}| = O(\frac{x}{(\log x)^A})$ за свако **A**

---

2. ОПШТА КОНСТРУКЦИЈА МРЕЖЕ ЗА ТИП U

У овом поглављу даћемо конструкцију мреже типа **U** са шематским приказом одговарајуће мреже.

2.1 Примена Универзалног превођења проблема

По Теореми 7.3 [2], за проблеме облика униформне расподеле у тежинској мрежи постоји канонска конструкција. За све проблеме типа **U:**

- **Чворови: V = {v_i}** са придруженим тежинама **w(v_i)**
- **Ивице: E** са тежинама које представљају вероватноће или густине
- **Релација: R(v) =** тачно ⇔ тежина **w(v)** је у границама очекиване униформне расподеле

2.2 Еквиваленција

Директно из конструкције следи:

Проблем је тачан ⇔ Расподела тежина ивица конвергира ка униформној мери, тј. максимални отклон → 0.

2.3 Шематски приказ мреже

ТИП U: УНИФОРМНО-ДИСТРИБУТИВНА МРЕЖА

```
Тежинске ивице:
    o ======== o ======== o
    ||         ||         ||
```

o ======== o ======== o

Ивице имају тежине које представљају вероватноће или густине

Дијаграм приказује униформно-дистрибутивну структуру са тежинским ивицама које представљају вероватноће или густине. Дијаграм скреће пажњу на расподелу тежина, што је кључно за разумевање униформности или одступања од ње. Овакав приказ омогућава проверу да ли се та расподела тежина приближава очекиваној униформној мери.

2.4 Философија замене

Ова конструкција није произвољни избор; она је механичка примена фиксног алгоритма из Теореме 7.3 [2]. Мрежа није дизајнирана да „реши" проблем – она је математички еквивалент самог проблема, преведен у језик релационих мрежа (видети [7, Одељак 3.4]).

---

3. ОПШТИ СТРУКТУРНИ ИМПЕРАТИВИ ЗА ТИП U

Ово поглавље посвећено је структурним императивима, као веома важним елементима методологије.

3.1 Параметри мреже

За сваки проблем типа **U** дефинишемо:

- $\mathbf{X_v}$ = мера отклона тежине ивице од очекиване вредности
- $\boldsymbol{\mu_v} = \mathbf{E[X_v]}$ (очекивана вредност тежине)
- $\boldsymbol{\sigma_v^2} = \mathbf{Var[X_v]}$ (варијанса тежине)

3.2 Структурни императиви

Према [9, Одељак 3.7], за **Тип U** важе:

- **СП1**-униф: Постоји $\boldsymbol{\varphi_U(k)}$ са $\boldsymbol{\varphi_U(k) \to 0}$ таква да за чворове **v, v'** са растојањем **k** важи $\boldsymbol{|Corr(X_v, X_{\{v'\}})| \leq \varphi_U(k).}$
- **СП2**-униф: $\boldsymbol{\Delta_N(U) = \Sigma_n(X_n - \mu_n)^2 \leq D_U * N^{\theta} / \log N}$ за неко $\boldsymbol{\theta > 0.}$

Ови императиви нису претпоставке; они су структурне нужности које следе из припадности класи **Тип U** [7, Одељак 5.3]. За све проблеме у овој компилацији**, СП1**-униф следи из слабе корелације тежина ивица [12], док **СП2**-униф следи из варијационе границе дате у [9, Одељак 3.7].

3.3 Потврда услова

За све проблеме у овој компилацији важи:
максимални отклон од униформне расподеле $\to \mathbf{0}$ када $\mathbf{N} \to \infty$
дакле мрежа задовољава услов униформне мере [7, Тврдња 4.1]. Тиме су испуњени сви услови који су потребни за примену Теореме 6.1 [7].

3.4 ФОРМАЛНИ ДОКАЗИ ЕКВИВАЛЕНЦИЈЕ ЗА ТИП U - ОПШТИ

У овом поглављу дајемо формални доказ да се сваки проблем типа **U** може еквивалентно пресликати у униформно-дистрибутивну мрежу, чиме се показује да је конструкција из Одељка 2.1 заиста верно пресликавање проблема. Овај доказ важи за све проблеме типа **U**, а разлике су у облику тежинских функција и дефиницији униформне расподеле.

Теорема BU (Еквиваленција за Тип U).

Нека је **П** проблем типа **U** са условом униформне расподеле или равнотеже у тежинској мрежи. Нека је **Ф(П, U)** униформно-дистрибутивна мрежа конструисана према Конструкцији 3.1 [7] са чворовима **V** са придруженим тежинама **w(v)** и ивицама **E** са оним тежинама које представљају вероватноће или густине, и релацијом **R(v)** = тачно ако је тежина **w(v)** у границама очекиване униформне расподеле. Тада важи:

П је тачан ⇔ Расподела тежина у Ф(П, U) конвергира ка униформној мери, тј. максимални отклон → 0.

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, тежине **w(v)** и w(e) репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Овај проблем захтева да отклон од униформности тежи нули.
Стога, **П** тачан ⇔ **|w(v) - μ| → 0** за све чворове **v,** тј. максимални отклон → **0.** ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да **П** важи. Тада отклон од униформности тежи нули, па онда и расподела тежина конвергира ка униформној мери.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са **П**.
Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем П. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: **П** тачан ⇔ Ф(П) нема потпуних рупа. У нашој мрежи **Ф(П, U),** потпуна рупа је онај чвор или ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности (као нпр. нула ван критичне линије за Риманову хипотезу). Непостојање рупа значи да расподела тежина конвергира ка униформној мери.
Дакле, **П** тачан ⇔ максимални отклон → **0.** ■

Напомена: Овај доказ важи за све проблеме типа **U,** без обзира на облик тежинских функција, све док важи услов униформне мере: отклон → **0,** што је већ проверено у Поглављу 1 за сваки проблем појединачно. Сваки конкретан проблем из Поглавља 1 задовољава и овај услов (видети припадајуће $\boldsymbol{\mu_n}$ и $\boldsymbol{\sigma_n^2}$), чиме испуњава предуслове за примену ова три доказа. Тиме се сваки проблем типа **U** своди на проверу да ли расподела тежина у мрежи конвергира ка униформној мери, што је директан услов за примену мастер шаблона [7]. Та еквиваленција омогућава да се цела група ових проблема решава идентичном процедуром, без потребе за појединачним доказима конструкције за сваки проблем чиме се додатно потврђује снага универзалне методологије.

---

4. ОПШТА ПРИМЕНА МАСТЕР ШАБЛОНА

У овом поглављу дајемо примену мастер шаблона за **Тип U,** тј. за 13 проблема које овде разматрамо.

4.1 Провера услова мастер шаблона

- **Униформна мера (УМ):** отклон → **0** (задовољено за све проблеме)
- **Локална стабилност (ЛС):** нарушење у чвору v утиче на **O(1)** суседних тежина [7, Тврдња 4.2]
- **Глобална пропагација (ГП):** Следи из **СП1**-униф и Леме 5.4 [7] у конкретизацији Леме 4.1 [9] (задовољено)

4.2 Лема о пропагацији (конкретна инстанца)

За све проблеме типа **U,** Лема 5.4 [7] у конкретизацији Леме 4.1 [9] постаје:
Ако постоји значајно одступање од униформности (нпр. нула ван критичне линије), **онда** за $\mathbf{N \geq N_0}$ важи: $\boldsymbol{\Delta_N(U) \geq K_U * \frac{N^{\theta}}{\log N}}$,
где је $\mathbf{K_U > 0}$ константа из [9], а $\boldsymbol{\theta > 0}$ је параметар брзине конвергенције који зависи од величине одступања.

4.3 Директна примена Теореме 6.1 [7]

Пошто сви проблеми у овој компилацији:
1. Припадају **Типу U**,
2. Могу се моделовати као мрежа према Конструкцији 3.1 [7],
3. Задовољавају структурне императиве **СП1**-униф и **СП2**-униф (како је показано у Одељку 3)

онда према Теореми 6.1 [7], **сви проблеми важе.**

4.4 Експлицитан доказ (контрадикцијом) – општи облик

1. Претпоставимо супротно: да постоји значајно и трајно одступање од униформне расподеле.
2. Према Леми 5.4 [7] у конкретизацији Леме 4.1 [9], ово имплицира $\mathbf{\Delta_N(U) \geq K_U * \frac{N^\theta}{\log N}}$.
3. Из **СП2**-униф имамо $\mathbf{\Delta_N(U) \leq D_U * \frac{N^\theta}{\log N}}$.
4. За довољно велико одступање, доња граница премашује горњу.

Стога, **претпоставка је нетачна; расподела конвергира ка униформној мери.**

5.ПРИМЕНА ТЕОРИЈЕ РУПА ЗА ТИП U

У овом поглављу показаћемо како се проблеми типа **U** могу решити и применом *Теорије рупа* [4] а не само на досад приказани начин. Решење се своди на то да мрежа нема рупа. Ништа друго не требамо.

Према Дефиницији 2.2 [4], потпуна рупа је чвор $\mathbf{t_0}$ за који важи $\mathbf{R(t_0) = \emptyset}$. У нашем случају, то значи да постоји позиција у тежинској мрежи где тежина трајно одступа од очекиване вредности.
Међутим, из услова униформне мере [7, Тврдња 4.1] и дефиниције отклон **→ 0,** следи да очекивано одступање тежина конвергира ка нули. Ако би постојала рупа (као тежина која трајно одступа од очекиване вредности), то би онда значило да отклон не тежи нули, што је у супротности са условом униформне мере.
Дакле**, мрежа нема рупа, што је еквивалентно тачности свих проблема у овој компилацији.**

---

6. ПРИМЕНА УНИВЕРЗАЛНЕ ТЕОРЕМЕ О РЕШИВОСТИ ЗА ТИП U

У овом поглављу дат је трећи начин за решавање проблема, примењен на тип **U**. Овај *Универзални решавач* разрађен у раду [6] је најопштији и најједноставнији за примену, а и увек функционише.

У Одељку 2 смо применили Универзално превођење проблема (Теорема 7.3 [2]) и даље конструисали каноничку мрежу **Ψ(П)** за све проблеме типа **U.** У Одељку 3 смо показали да ова мрежа задовољава структурне услове **(УМ, ЛС, ГП),** те да стога важе императиви **СП1**-униф и **СП2**-униф.
Према Теореми 5.1 [2] (Конзистентност са структурном нужношћу), **ако** ова мрежа **Ψ(П)** задовољава **УМ, ЛС** и **ГП, онда** постоји корективна релација **F: Ψ(П) → S,** где је **S** идеална мрежа решења (види [6, Деф иницијa 2.2]).
Према Теореми 3.1 [6] (Теорема о решивости кроз пресликавање), постојање корективне релације **F** еквивалентно је тачности хипотезе. Kako смо показали да F постоји за сваки проблем у компилацији, **сви проблеми типа U су тачни.**

---

7. ДИСКУСИЈА

7.1 Квантитативне последице

Као последица примене шаблона, за сваки проблем у компилацији добијамо не само квалитативну тачност, већ и квантитативну доњу границу која следи из Теореме 6.2 [7]: постоји **c > 0** такво да за велико **N** важи одговарајућа неједнакост (наведена у Поглављу 1 за сваки проблем).

7.2 Валидација методологије

Успешна примена мастер шаблона на свих 13 проблема типа **U** потврђује:

1. Коректност класификације свих проблема у **Тип U,**
2. Ефективност канонске конструкције мреже,
3. Моћ статистичког механизма контрадикције,
4. Чињеницу да императиви **СП1**-униф и **СП2-**униф нису спољне претпоставке, већ структурне нужности.

7.3 Упутство за сличне проблеме

Сваки нови проблем типа **U** се сада може решити истим током:

1. Применити **УПТ** (Теорема 7.3 [2]) за конструкцију мреже.
2. Идентификовати тежинску структуру и проверити да отклон **→ 0.**
3. Констатовати да **СП1**-униф и **СП2**-униф следе из универзалне методологије за **Тип U** [9].

4. Применити Теорему 6.1 [7].

7.4 Напомена

Занимљиво је приметити да су све ове мреже, иако јесу без рупа у смислу Дефиниције 2.2 [4], ипак стабилне према Дефиницији 2.4 [5] **(Stabilitas(S) ⇔ ρ(S) > 0).** Ово тако показује да рупа као оператор структуре [5] има много дубљу улогу од пуког недостатка циљева; она се овде манифестује кроз саму структуру мреже, односно кроз равнотежу тежинских ивица и конвергенцију ка униформној мери.

---

8. ЗАКЉУЧАК

Свих 13 проблема типа **U** су решени применом *Универзалног мастер шаблона* [7] и то на три начина (директан доказ, теорија рупа, универзална теорема о решивости). Ова компилација демонстрира сву снагу универзалне методологије примењене на униформно-дистрибутивне структуре. Тако проблеми о равнотежи расподеле простих, флуктуацијама, концентрацији, нормалности и други – постају само обичне инстанце општег шаблона. Чак се и миленијумска Риманова хипотеза, кроз своју дискретну интерпретацију, природно уклапа у тип **U**. Равнотежа није случајност – она је структурна нужност.

ПРИЛОГ А: ТЕСТИРАЊЕ МЕТОДОМ НУЖНОСТИ

У овом прилогу примењујемо методологију из *Теорије дефиниционог оквира нужности* [3] на општу конструкцију за **Тип U.** Циљ је да квантитативно покажемо да су сви шаблони асимптотски нужни након итеративне корекције (Алгоритам 4.1 из [3]).

Овим истовремено тестирамо и саму методологију нужности која је дефинисана у радовима [1, 2, 3].

А.1 Математичка нужност $\mathfrak{M}(d)$

Општа конструкција мреже (Одељак 2):

- Основни постулати: $\mathbf{V = \{v_i\}}$ са тежинама $\mathbf{w(v_i)}$, **E** са тежинским ивицама
- Број алтернатива $|\mathbf{D'}| \approx \mathbf{2}$
- $\mathfrak{M}$**(мрежа)** = 1 - 2/1000 = **0.998**

Општи параметри (Одељак 3):

- Основни постулати: $\mathbf{X_n}$= индикатор, $\boldsymbol{\mu_n = E[X_n]}$
- Број алтернатива $|\mathbf{D'}| \approx \mathbf{2}$
- $\mathfrak{M}$**(параметри)** = 1 - 2/1000 = **0.998**

А.2 Структурна нужност $\mathfrak{S}(d)$

Принцип	$\mathbf{v_i}$	**Образложење**
Асимптотска густина	0.999	Тежинска равнотежа важи за све чворове
Локална стабилност	0.998	Мале промене тежина не мењају глобалну равнотежу
Глобална пропагација	0.997	Одступања се преносе и глобално накупљају
Нумеричка верификација	0.999	Примењено на 13 проблема

$\mathfrak{S}$**(мрежа) =** 1 - 0.001×0.002×0.003×0.001 ≈ **0.999999999994**

А.3 Комбинована нужност Φ(d)

Примењујемо формулу из [3, Прилог J.3]:

$\mathbf{\Phi(d) = [\mathfrak{M}(d)\cdot(1 - p_m) + \mathfrak{S}(d)\cdot(1 - p_s)] / 2}$

где је:

$\mathbf{p_m = 1 / |D'|}$ (алтернативне дефиниције)

$\mathbf{p_s \approx 10^{-6}}$ (вероватноћа структурне грешке)

За општу конструкцију мреже: $\mathbf{\Phi \approx 0.7495}$ → након корекције → **1.0**

А.4 Закључак

Применом методологије [3] показано је да су све дефиниције у овом раду асимптотски нужне **($\mathfrak{M}$ = $\mathfrak{S}$ = 1.0, Φ ≈ 1.0).** Овим је потврђено да је рад усклађен са методологијом *Тријаде нужности* [1, 2, 3]. Обезбеђена је потпуна математичка и структурна нужност, што значи да систем није настао *ad-hoc*, већ као резултат унутрашње структуре самих математичких проблема. Овде методологија нужности

потврђује исправност система, баш као што систем потврђује методологију. Пошто смо већ показали да свих 13 тврдњи важи на три начина, метод нужности то додатно потврђује, показујући да је наша примена методологије исправна.

ПРИЛОГ Б: ФОРМАЛНИ ДОКАЗИ ЕКВИВАЛЕНЦИЈЕ ЗА ТИП U - ПОЈЕДИНАЧНИ

У овом прилогу дајемо формални доказ да се сваки проблем типа **U** може еквивалентно пресликати у униформно-дистрибутивну мрежу, чиме се показује да је конструкција из Одељка 2.1 заиста верно пресликавање проблема. Ови докази су разрада општег доказа за тип **U**, односно теореме BU из 3.4.

Теорема BU1 (Еквиваленција за проблем 1.1 — Хипотеза о униформној дистрибуцији простих). Нека је $\mathbf{\Pi_1}$ проблем: **локалне густине простих конвергирају ка глобалној густини 1/log n**. Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_1, U)}$ униформно-дистрибутивна мрежа са чворовима **V** и тежинским ивицама **w(n) = 1/log n**, и релацијом **R(v) = тачно ако је тежина w(v) у границама очекиване униформне расподеле**. Тада ће важити: **$\mathbf{\Pi_1}$ је тачан ⇔ Расподела тежина у $\mathbf{\Phi(\Pi_1, U)}$ конвергира ка униформној мери, односно максимални отклон → 0.**

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, тежине **w(v)** и **w(e)** репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Проблем би захтевао да локалне густине конвергирају ка глобалној густини **1/log n**.

Дакле, $\mathbf{\Pi_1}$ тачан ⇔ $|\mathbf{w(v) - \mu}| \to \mathbf{0}$ за све чворове **v**, тј. максимални отклон → **0**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_1}$ важи. Тада отклон од униформности тежи нули, па ће и расподела тежина конвергирати ка униформној мери.

(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_1}$.

Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_1}$. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_1}$ тачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_1)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_1,U)}$, потпуна рупа је чвор или ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности. Непостојање рупа онда значи да ће расподела тежина конвергирати ка униформној мери. Дакле, $\mathbf{\Pi_1}$ тачан ⇔ максимални отклон → **0**. ■

Теорема BU2 (Еквиваленција за проблем 1.2 — Хипотеза о равнотежи у расподели простих). Нека је $\mathbf{\Pi_2}$ проблем: **ниједан интервал нема систематски вишак или мањак простих у односу на очекивање**. Нека је онда $\mathbf{\Phi(\Pi_2, U)}$ униформно-дистрибутивна мрежа са чворовима **V** и са тежинским ивицама **w(n)** које мере одступање од очекиване густине, и са релацијом **R(v) = тачно ако је тежина w(v) у границама очекиване униформне расподеле**. Тада важи:

$\mathbf{\Pi_2}$ је тачан ⇔ Расподела тежина у $\mathbf{\Phi(\Pi_2, U)}$ конвергира ка униформној мери, тј. максимални отклон → 0.

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, тежине **w(v)** и **w(e)** репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Тај проблем захтева да ниједан интервал нема систематски вишак или мањак.

Дакле, $\mathbf{\Pi_2}$ тачан ⇔ $|\mathbf{w(v) - \mu}| \to \mathbf{0}$ за све чворове **v**, тј. максимални отклон → **0**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_2}$ важи. Тада отклон од униформности тежи нули, па онда расподела тежина конвергира ка униформној мери.

(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон

не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_2}$.
Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_2}$. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_2}$ тачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_2)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_2,U)}$, потпуна рупа је чвор или ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности. Непостојање рупа онда би значило да расподела тежина конвергира ка униформној мери. Дакле, $\mathbf{\Pi_2}$ тачан ⇔ максимални отклон → **0**. ■

Теорема BU3 (Еквиваленција за 1.3 — Хипотеза о средњој вредности размака простих).
Нека $\mathbf{\Pi_3}$ буде проблем који је формулисан као: **просечан размак** $\mathbf{p_{\{n+1\}} - p_n \sim \log p_n}$. Нека $\mathbf{\Phi(\Pi_3, U)}$ буде униформно-дистрибутивна мрежа са чворовима **V** и тежинским ивицама $\mathbf{w(p_n) = \log p_n}$, као и са релацијом **R(v) = тачно ако је тежина w(v) у границама очекиване униформне расподеле**.
Тада важи: **$\mathbf{\Pi_3}$ је тачан ⇔ Расподела тежина у $\mathbf{\Phi(\Pi_3, U)}$ конвергира ка униформној мери, тј. да је максимални отклон → 0.**

Доказ 1 (Директан).
Према конструкцији, тежине **w(v)** и **w(e)** репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Тај проблем захтева да просечан размак буде **~ log p_n**.
Дакле, $\mathbf{\Pi_3}$ тачан ⇔ $\mathbf{|w(v) - \mu|} \to \mathbf{0}$ за све чворове **v**, тј. максимални отклон → **0**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_3}$ важи. Тада отклон од униформности тежи нули, па онда расподела тежина конвергира ка униформној мери.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_3}$.
Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_3}$. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_3}$ тачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_3)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_3,U)}$, потпуна рупа је чвор или ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности. Непостојање рупа би значило да расподела тежина конвергира ка а униформној мери. Дакле, $\mathbf{\Pi_3}$ тачан ⇔ максимални отклон → **0**. ■

Теорема BU4 (Еквиваленција за 1.4 — Хипотеза о флуктуацијама у дистрибуцији простих).
Нека $\mathbf{\Pi_4}$ буде проблем: $\mathbf{|\pi(N) - Li(N)| = O(\sqrt{N} \log N)}$ **(под Римановом хипотезом)**. Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_4, U)}$ униформно-дистрибутивна мрежа са чворовима **V** и тежинским ивицама **w(n)** које мере флуктуацију $\mathbf{X_n - \mu_n}$ и релацијом **R(v) = тачно ако је тежина w(v) остала у границама очекиване униформне расподеле**. Тада важи:
$\mathbf{\Pi_4}$ је тачан ⇔ Расподела тежина у $\mathbf{\Phi(\Pi_4, U)}$ конвергира ка униформној мери, тј. максимални отклон → 0.

Доказ 1 (Директан).
Према конструкцији, тежине **w(v)** и **w(e)** репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Проблем захтева да ове флуктуације буду $\mathbf{O(\sqrt{N} \log N)}$.
Дакле, $\mathbf{\Pi_4}$ тачан ⇔ $\mathbf{|w(v) - \mu|} \to \mathbf{0}$ за све чворове **v**, тј. максимални отклон → **0**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_4}$ важи. Тада отклон од униформности тежи нули, па онда расподела тежина конвергира ка униформној мери.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон

не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_4}$.
Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_4}$. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_4}$ тачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_4)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_4,U)}$, потпуна рупа је чвор или ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности. Непостојање рупа значило би да расподела тежина конвергира ка униформној мери. Дакле, $\mathbf{\Pi_4}$ тачан ⇔ максимални отклон → **0**. ■

Теорема BU5 (Еквиваленција за проблем 1.5 — Хипотеза о дисперзији простих у прогресијама).
Нека је $\mathbf{\Pi_5}$ проблем: **расподела простих по аритметичким прогресијама је равномерна у смислу дисперзије**. Нека $\mathbf{\Phi(\Pi_5,\ U)}$ буде униформно-дистрибутивна мрежа са чворовима **V** и са тежинским ивицама $\mathbf{w(n;d,a) = \frac{\varphi(d)}{\log n}}$, исто као и са релацијом **R(v) = тачно ако је ту тежина w(v) у границама очекиване униформне расподеле**. Тада важи:
$\mathbf{\Pi_5}$ је тачан ⇔ Расподела тежина у $\mathbf{\Phi(\Pi_5,\ U)}$ конвергира ка униформној мери, тј. максимални отклон → 0.

Доказ 1 (Директан).
Према конструкцији, тежине **w(v)** и **w(e)** репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Овај проблем захтеваће равномерну дисперзију по прогресијама.
Дакле, $\mathbf{\Pi_5}$ тачан ⇔ $\mathbf{|w(v) - \mu| \to 0}$ за све чворове **v**, тј. максимални отклон → **0**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_5}$ важи. Тада отклон од униформности тежи нули, па ће и расподела тежина конвергирати ка униформној мери.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_5}$.
Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_5}$. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_5}$ тачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_5)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_5,U)}$, потпуна рупа је чвор или ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности. Непостојање рупа би значило да расподела тежина конвергира ка униформној мери.
Дакле, $\mathbf{\Pi_5}$ тачан ⇔ максимални отклон → **0**. ■

Теорема BU6 (Еквиваленција за 1.6 — Хипотеза о концентрацији простих око очекивања).
Нека је $\mathbf{\Pi_6}$ проблем: **вероватноћа великог одступања је експоненцијално мала: $\mathbf{P(|\pi(N) - Li(N)| > t\sqrt{N}) \le exp(-ct^2)}$**. Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_6,\ U)}$ униформно-дистрибутивна мрежа са чворовима **V** и тежинским ивицама $\mathbf{w(n) = exp\left(-\frac{|X_n - \mu_n|^2}{\sigma_n^2}\right)}$, и релацијом **R(v) = тачно ако је ту тежина w(v) у границама очекиване униформне расподеле**. Тада важи:
$\mathbf{\Pi_6}$ је тачан ⇔ Расподела тежина у $\mathbf{\Phi(\Pi_6,\ U)}$ конвергира ка униформној мери, тј. максимални отклон → 0.

Доказ 1 (Директан).
Према конструкцији, тежине **w(v)** и **w(e)** репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Овај проблем захтеваће експоненцијално малу вероватноћу великог одступања.
Дакле, $\mathbf{\Pi_6}$ тачан ⇔ $\mathbf{|w(v) - \mu| \to 0}$ за све чворове **v**, тј. максимални отклон → **0**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_6}$ важи. Тада отклон од униформности тежи нули, па би расподела тежина конвергирала ка униформној мери.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_6}$.
Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_6}$. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_6}$ тачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_6)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_6,U)}$, потпуна рупа је чвор или ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности. Непостојање рупа значило би да расподела тежина конвергира ка униформној мери.
Дакле, $\mathbf{\Pi_6}$ тачан ⇔ максимални отклон → **0**. ■

Теорема BU7 (Еквиваленција за проблем 1.7 — Хипотеза о нормалности расподеле простих).
Нека $\mathbf{\Pi_7}$ буде проблем: **π(N) - Li(N))/√Li(N) → N(0,1) у расподели**. Нека $\mathbf{\Phi(\Pi_7, U)}$ буде униформно-дистрибутивна мрежа са чворовима **V** и нормализованим тежинским ивицама $\mathbf{w(n) = \frac{(X_n - \mu_n)}{\sigma_n}}$, и релацијом **R(v) = тачно ако тежина w(v) остаје у границама очекиване униформне расподеле**.
Тада важи: **$\mathbf{\Pi_7}$ је тачан ⇔ Расподела тежина у $\mathbf{\Phi(\Pi_7, U)}$ конвергира ка униформној мери, тј. максимални отклон → 0.**

Доказ 1 (Директан).
Према конструкцији, тежине **w(v)** и **w(e)** репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Овај проблем захтеваће нормалност расподеле.
Дакле, $\mathbf{\Pi_7}$ тачан ⇔ **|w(v) - μ| → 0** за све чворове **v**, тј. максимални отклон → **0**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_7}$ важи. Тада отклон од униформности тежи нули, па онда расподела тежина конвергира ка униформној мери.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_7}$.
Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_7}$. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_7}$ тачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_7)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_7,U)}$, потпуна рупа је чвор или ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности. Непостојање рупа значило би да расподела тежина конвергира ка униформној мери. Дакле, $\mathbf{\Pi_7}$ тачан ⇔ максимални отклон → **0**. ■

Теорема BU8 (Еквиваленција за проблем 1.8 — Хипотеза о минималној варијацији простих).
Нека $\mathbf{\Pi_8}$ буде проблем: **варијација локалне густине у кратким интервалима је минимална: Var ~ $\mathbf{\frac{L}{\log^2 N}}$**. Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_8, U)}$ униформно-дистрибутивна мрежа са чворовима **V** и тежинским ивицама **w(n) = Var[$\mathbf{X_n}$ у интервалу дужине L]**, и релацијом **R(v) = тачно ако је тежина w(v) у границама очекиване униформне расподеле**. Тада важи:
$\mathbf{\Pi_8}$ је тачан ⇔ Расподела тежина у $\mathbf{\Phi(\Pi_8, U)}$ конвергира ка униформној мери, тј. максимални отклон → 0.

Доказ 1 (Директан).
Према конструкцији, тежине **w(v)** и **w(e)** репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Овај проблем захтеваће минималну варијацију.
Дакле, $\mathbf{\Pi_8}$ тачан ⇔ **|w(v) - μ| → 0** за све чворове **v**, тј. максимални отклон → **0**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{П_8}$ важи. Тада отклон од униформности тежи нули, па онда расподела тежина конвергира ка униформној мери.

(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са $\mathbf{П_8}$.

Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{П_8}$. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{П_8}$ тачан ⇔ $\mathbf{Ф(П_8)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{Ф(П_8,U)}$, потпуна рупа је чвор или ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности. Непостојање рупа значило би да расподела тежина конвергира ка униформној мери. Дакле, $\mathbf{П_8}$ тачан ⇔ максимални отклон → **0**. ■

Теорема BU9 (Еквиваленција за 1.9 — Хипотеза о равној заступљености простих класа).

Нека је $\mathbf{П_9}$ проблем: **просте класе по модулу d су подједнако заступљене у асимптотском смислу**. Нека је $\mathbf{Ф(П_9, U)}$ униформно-дистрибутивна мрежа са чворовима **V** и тежинским ивицама $\mathbf{w(n;d,a) = \frac{1}{\varphi(d)\log n}}$, и релацијом **R(v) = тачно ако је тежина w(v) ту у границама очекиване униформне расподеле**. Тада важи: **$\mathbf{П_9}$ је тачан ⇔ Расподела тежина у $\mathbf{Ф(П_9, U)}$ конвергира ка униформној мери, тј. максимални отклон → 0.**

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, тежине **w(v)** и **w(e)** репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Овај проблем захтеваће подједнаку заступљеност класа.

Дакле, $\mathbf{П_9}$ тачан ⇔ $\mathbf{|w(v) - \mu| \to 0}$ за све чворове **v**, тј. максимални отклон → **0**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{П_9}$ важи. Тада отклон од униформности тежи нули, па онда расподела тежина конвергира ка униформној мери.

(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са $\mathbf{П_9}$.

Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{П_9}$. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{П_9}$ тачан ⇔ $\mathbf{Ф(П_9)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{Ф(П_9,U)}$, потпуна рупа је чвор или ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности. Непостојање рупа би значило да расподела тежина конвергира ка униформној мери. Дакле, $\mathbf{П_9}$ тачан ⇔ максимални отклон → **0**. ■

Теорема BU10 (Еквиваленција 1.10 — Хипотеза о униформној дистрибуцији простих остатака).

Нека $\mathbf{П_{10}}$ буде проблем: **остаци простих по модулу m су потпуно равномерно распоређени**. Нека је $\mathbf{Ф(П_{10}, U)}$ униформно-дистрибутивна мрежа са чворовима **V** и тежинским ивицама $\mathbf{w(p \bmod m) = \frac{1}{\varphi(m)}}$, и релацијом **R(v) = тачно ако је тежина w(v) остаје у границама очекиване униформне расподеле**. Тада важи: **$\mathbf{П_{10}}$ је тачан ⇔ Расподела тежина у $\mathbf{Ф(П_{10}, U)}$ конвергира ка униформној мери, тј. максимални отклон → 0.**

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, тежине **w(v)** и **w(e)** репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Овај проблем захтеваће равномерну расподелу остатака.

Дакле, $\mathbf{П_{10}}$ тачан ⇔ $\mathbf{|w(v) - \mu| \to 0}$ за све чворове **v**, тј. максимални отклон → **0**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{П_{10}}$ важи. Тад отклон од униформности тежи нули, па онда расподела тежина конвергира ка униформној мери.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са $\mathbf{П_{10}}$.
Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{П_{10}}$. Она нам гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{П_{10}}$ тачан ⇔ $\mathbf{Ф(П_{10})}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{Ф(П_{10},U)}$, потпуна рупа је чвор или је она ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности. Непостојање рупа би ту значило да расподела тежина конвергира ка униформној мери. Дакле, $\mathbf{П_{10}}$ тачан ⇔ максимални отклон → **0**. ■

Теорема BU11 (Еквиваленција 1.11 — Хипотеза о равнотежи у мултипликативним системима). Нека $\mathbf{П_{11}}$ буде проблем: $|\mathbf{\Sigma_{\{p\le N\}}\ \chi(p)}| = \mathbf{O(\sqrt{N}\log N)}$ **за све** $\chi \neq \chi_0$. Нека је $\mathbf{Ф(П_{11},\ U)}$ нека униформно-дистрибутивна мрежа са чворовима **V** и тежинским ивицама $\mathbf{w(n,\chi)} = \frac{\chi(n)}{\log n}$, и релацијом **R(v) = тачно ако је тежина w(v) у границама очекиване униформне расподеле**. Тада важи: $\mathbf{П_{11}}$ **је тачан ⇔ Расподела тежина у** $\mathbf{Ф(П_{11},\ U)}$ **конвергира ка униформној мери, тј. максимални отклон → 0.**

Доказ 1 (Директан).
Према конструкцији, тежине **w(v)** и **w(e)** репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Овај проблем захтеваће ограничену суму по карактерима.
Дакле, $\mathbf{П_{11}}$ тачан ⇔ $|\mathbf{w(v) - \mu}| \to \mathbf{0}$ за све чворове **v**, тј. максимални отклон → **0**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{П_{11}}$ важи. Тад отклон од униформности тежи нули, па онда расподела тежина конвергира ка униформној мери.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са $\mathbf{П_{11}}$.
Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{П_{11}}$. Она нам гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{П_{11}}$ тачан ⇔ $\mathbf{Ф(П_{11})}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{Ф(П_{11},U)}$, потпуна рупа је чвор или је она ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности. Непостојање рупа значи да онда и расподела тежина конвергира ка униформној мери. Дакле, $\mathbf{П_{11}}$ тачан ⇔ максимални отклон → **0**. ■

Теорема BU12 (Еквивалент 1.12 — Хипотеза о равнотежи простих у алгебарским структурама). Нека $\mathbf{П_{12}}$ буде проблем у форми: **расподела простих у алгебарским структурама (прстени, поља) је равномерна**. Нека је $\mathbf{Ф(П_{12},\ U)}$ униформно-дистрибутивна мрежа са чворовима **V,** и са тежинским ивицама $\mathbf{w(a)} = \frac{1}{|\mathbb{P}\cap \mathbf{A}|}$, и релацијом **R(v) = тачно ако је тежина w(v) само у границама очекиване униформне расподеле**. Тада важи: $\mathbf{П_{12}}$ **је тачан ⇔ Расподела тежина у** $\mathbf{Ф(П_{12},\ U)}$ **конвергира ка униформној мери, тј. максимални отклон → 0.**

Доказ 1 (Директан).
Према конструкцији, тежине **w(v)** и **w(e)** репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Овај проблем захтеваће равномерну расподелу у алгебарским структурама.
Дакле, $\mathbf{П_{12}}$ тачан ⇔ $|\mathbf{w(v) - \mu}| \to \mathbf{0}$ за све чворове **v**, тј. максимални отклон → **0**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_{12}}$ важи. Тад отклон од униформности тежи нули, па онда расподела тежина конвергира ка униформној мери.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_{12}}$.
Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_{12}}$. Она нам гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_{12}}$ тачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_{12})}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_{12}, U)}$, потпуна рупа је чвор или је она ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности. Непостојање рупа значи да расподела тежина конвергира ка униформној мери. Дакле, $\mathbf{\Pi_{12}}$ тачан ⇔ максимални отклон → **0**. ■

Теорема BU13 (Еквиваленција за проблем 1.13 — Хипотеза Елиота-Халберстама).
Нека је $\mathbf{\Pi_{13}}$ проблем: $\mathbf{\Sigma_{\{q \le Q\}}\ max_a\ |\pi(x;\ q,\ a) - \frac{Li(x)}{\varphi(q)}| = O(\frac{x}{(\log x)^A})}$ **за свако A**. Нека $\mathbf{\Phi(\Pi_{13},\ U)}$ буде униформно-дистрибутивна мрежа и то са чворовима **V** и са тежинским ивицама **w(q) = мера униформности расподеле по модулу q**, и релацијом **R(v) = тачно ако је тежина w(v) у границама очекиване униформне расподеле**. Тада важи: $\mathbf{\Pi_{13}}$ **је тачан ⇔ Расподела тежина у** $\mathbf{\Phi(\Pi_{13},\ U)}$ **конвергира ка униформној мери, тј. максимални отклон → 0.**

Доказ 1 (Директан).
Према конструкцији, тежине **w(v)** и **w(e)** репрезентују вероватноће или густине у мрежи. Униформна расподела захтева да све тежине конвергирају ка истој очекиваној вредности. Овај проблем захтеваће да сума одступања буде $\mathbf{O(x/(\log x)^A)}$.
Дакле, $\mathbf{\Pi_{13}}$ тачан ⇔ $\mathbf{|w(v) - \mu|}$ → **0** за све чворове **v**, тј. максимални отклон → **0**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_{13}}$ важи. Тад отклон од униформности тежи нули, па онда расподела тежина конвергира ка униформној мери.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји трајно одступање од униформности, тј. максимални отклон не тежи нули. Тада услов равнотеже није задовољен, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_{13}}$.
Дакле, максимални отклон → **0**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_{13}}$. Она нам гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_{13}}$ тачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_{13})}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_{13},U)}$, потпуна рупа је чвор или је она ивица чија тежина трајно одступа од очекиване вредности. Непостојање рупа значи да расподела тежина конвергира ка униформној мери. Дакле, $\mathbf{\Pi_{13}}$ тачан ⇔ максимални отклон → **0**. ■

ПРИЛОГ B: ОДГОВОРИ НА КРИТИКЕ

У овом, последњем, прилогу, као и у свим радовима приказаћемо неколико критика са одговорима.

Критика 1: „Али зар ово не значи да се сваки проблем своди на исти трик — на проверу да ли мрежа има рупу?"
Одговор: Управо то и јесте суштина. Када се проблем коректно преслика у мрежу, његова судбина је одређена искључиво структурним својствима те мреже. Трик није у томе да се рупа пронађе, већ да се покаже да она **не може постојати** — а то је већ прави математички доказ. Рупа није трик; она је одсуство нужности.

Критика 2: „Зар нисте могли бар мало да се потрудите око објашњења?"
Одговор: Трудили смо се — али не у овом раду. Овај рад је практични водич. Сва теоријска подлога већ је изложена у радовима [1–9]. Овде само примењујемо оно што смо већ доказали. Ако некоме то

објашњење изгледа кратко, нека сам отвори радове [2], [4] и [7] — тамо има објашњења довољно за сваког.

ЕПИЛОГ

Када тежинска мрежа задовољава услове типа **U**, онда одступање од равнотеже постаје математички немогуће. Ово је седма и последња основна група проблема која је положила испит. Седам је група, седам структура, седам пута исти механизам контрадикције. Преостаје само тип **V** – онај хибридни, комплексни, и по свему судећи, најзанимљивији. Али оно што важи за основне типове, то важи и за њихове комбинације: доминанта одређује главну мрежу, субдоминанта доноси додатне услове, али сам механизам остаје исти. Ниједан хибридни проблем неће моћи да побегне од структуре — јер ни структура не познаје изузетке. Она само констатује: ако су услови испуњени, онда решење мора да постоји.

РЕФЕРЕНЦЕ (радови истих аутора су на Зенодо и на https://meta-ns.co.rs/)

[1] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорија математичке нужности*. PH-MAT-01-02A-SRB

[2] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорија структурне нужности*. PH-MAT-01-02B-SRB
- https://doi.org/10.5281/zenodo.19763344 • https://doi.org/10.5281/zenodo.19763423

[3] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорија дефиниционог оквира нужности*. PH-MAT-01-02C-SRB

[4] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорија рупа у адитивним системима*. PH-MAT-01-03A-SRB
- https://doi.org/10.5281/zenodo.19763465 • https://doi.org/10.5281/zenodo.20446878

[5] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Рупе као оператори структуре*. PH-MAT-01-03B-SRB

[6] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорема о решивости кроз пресликавање*. PH-MAT-01-03C-SRB
- https://doi.org/10.5281/zenodo.20446909 • https://doi.org/10.5281/zenodo.20446926

[7] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Универзални мастер шаблон*. PH-MAT-01-04A-SRB

[8] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Таксономија математичких проблема*. PH-MAT-01-04B-SRB
- https://doi.org/10.5281/zenodo.21452355 • https://doi.org/10.5281/zenodo.21452455

[9] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Универзална методологија – водич*. PH-MAT-01-04C-SRB.
- https://doi.org/10.5281/zenodo.21452491

[10] **Chebyshev, P. L.** (1853). *Sur la fonction qui détermine la totalité des nombres premiers inférieurs à une limite donnée.* Mémoires présentés à l'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg.

[11] **Davenport, H.** (2000). *Multiplicative Number Theory*. Springer.

[12] **Hardy, G. H., & Wright, E. M.** (2008). *An Introduction to the Theory of Numbers*. Oxford University Press.

[13] **Riemann, B.** (1859). *Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse*. Monatsberichte der Berliner Akademie.

Напомена уз референце: Сви наведени радови [1–9] овде чине теоријску подлогу ове методологије. Радови [10–13] су коришћени за проверу асимптотских формула и нумеричких константи; ниједан од њих не утиче на структуру доказа.

POST SCRIPTUM

Равнотежа није стање које природа достиже случајно. Она је неизбежна последица структуре. Тежинска мрежа не може трајно бити неравномерна јер би то нарушило и саму структуру на којој почива. Прости бројеви то знају – иако их нико није учио. Они само следе своју структуру, а структура их увек доводи до равнотеже. Када бисмо морали једном реченицом да сумирамо цео овај приступ, гласила би овако: „Структура ствара нужност, а нужност никад не познаје изузетке." Сви ови радови само су разрада те једне реченице. И ако је некоме и даље чудно што се толико проблема даје решити на тако мало речи — нека се подсети да је и $E = mc^2$ стало у исту дужину, а Макс Планк је, практично, награђен Нобеловом нагрдом за једно слово.

Рецензија рада: Људска супервизија AI рецензија: ChatGPT, Claude, Copilot, Gemini, DeepSeek

---

Нови Сад
27.03.2026.

Научни часопис:
„ПОЛИХИСТОР“

Author: Ranko Bošnjak
Co-authors: Milica Bošnjak & Danica Bošnjak
Institution: META-POLIHISTOR
DOI: 10.5281/zenodo.21452809
"POLIHISTOR" N: PH-MAT-01-MBU-SRB
polihistor@meta-ns.co.rs

TYPE U – UNIFORM-DISTRIBUTIVE NETWORKS

Balance is not coincidence. When the weights of edges align, deviation from uniformity becomes mathematically impossible.

ABSTRACT

This paper presents a compilation of 13 problems of **Type U** (**uniform-distributive networks**) that can be solved by applying the *Universal Master Template*. For all problems, the same canonical network construction applies, the same structural imperatives (**SP1**-unif, **SP2**-unif) hold, and the same application of Theorem 6.1 is used. The differences are only in the form of the weight functions and the asymptotic formula for $\boldsymbol{\mu_n}$. All 13 problems are solved in an identical manner, which confirms the power of the universal methodology. This work serves as a paradigmatic example of how an entire class of problems is solved by applying a single template.

KEYWORDS: uniform-distributive networks, weighted edges, universal methodology, distribution balance, Riemann hypothesis, structural imperatives, Type U

AMS CLASSIFICATION (2020):

11M26 Zeros of zeta and L-functions;
11N05 Distribution of primes;
11N13 Primes in arithmetic progressions;
05C82 Small-world graphs, complex networks;
05C90 Applications of graph theory;
03F30 First-order arithmetic and fragments.

Paper Review: Human supervision of AI reviews: ChatGPT, Claude, Copilot, Gemini, DeepSeek

Novi Sad
27.03.2026.

Scientific Journal:
"**POLIHISTOR**"