Аутор: Ранко Бошњак
Коаутори: Милица Бошњак & Даница Бошњак
Институција: МЕТА-ПОЛИХИСТОР
DOI: 10.5281/zenodo.21452730
„ПОЛИХИСТОР“ N: PH-MAT-01-MBS-SRB
polihistor@meta-ns.co.rs

ТИП S – СТРАТИФИКОВАНЕ МРЕЖЕ

***Сваки слој носи своје законе. Када се слојеви повежу, појављује се слика коју ниједан слој сам не може да да*.**

АПСТРАКТ
Овај рад представља компилацију 10 проблема типа **S** (**стратификоване мреже**) који се могу решити применом *Универзалног мастер шаблона* [7]. За све те проблеме важи једнака канонска конструкција мреже, исти структурни императиви (**СП1**-слој, **СП2**-слој), иста примена Теореме 6.1 [7]. Разлике су само у броју слојева, облику услова по слоју и асимптотској формули за $\boldsymbol{\mu_n}$**.** Свих 10 проблема могу се решити на идентичан начин, што потврђује снагу универзалне методологије. Овај рад служи као парадигматски пример како се цела једна класа проблема решава применом једног јединог шаблона.

КЉУЧНЕ РЕЧИ: стратификоване мреже, хијерархијска структура, универзална методологија, слојевита расподела простих, структурни императиви, Тип S

AMS КЛАСИФИКАЦИЈА (2020):
11N05 Расподела простих бројева;
11N13 Прости у аритметичким прогресијама;
05C82 Мали светски графови, комплексне мреже;
05C90 Примене теорије графова;
03F30 Прворедна аритметика и фрагменти.

1.УВОД
Проблеми типа **S** (**стратификоване мреже**) су проблеми облика:
$\mathbf{T = \sqcup_i T_i}$**,** са различитим условима по слоју
где је цео скуп параметара подељен на слојеве $\mathbf{T_i}$ са различитим локалним условима. Кључни услов за овај тип је слојевита густина:
услов по слоју: за сваки слој **i** важи $\boldsymbol{\mu_t^i \to \infty}$
Универзална методологија развијена у радовима [2, 4, 5, 6, 7, 8, 9] омогућава да се сви проблеми овог типа решавају на идентичан начин.
Овај рад обухвата 10 проблема типа **S.** За сваки проблем дајемо историјат, структуру слојева, $\boldsymbol{\mu_n}$, $\boldsymbol{\sigma_n^2}$ и квантитативну последицу.

1.1 Хипотеза о простим по слојевима величине
Историјат: Питање да ли прости бројеви задржавају равномерну расподелу када се природни бројеви поделе у слојеве по величини (нпр. $\mathbf{[10^k, 10^{k+1}]}$). **Отворен проблем.**

- **Слојеви:** $\mathbf{T_k = [10^k, 10^{k+1}]}$
- $\boldsymbol{\mu_k = E[X_k] \sim C * \frac{10^k}{k \log 10}}$
- $\boldsymbol{\sigma_k^2 = Var[X_k] \sim C * \frac{10^k}{k \log 10}}$
- **Квантитативна последица:** за сваки слој **k** важи $\boldsymbol{\pi(10^{k+1}) - \pi(10^k) \geq c * \frac{10^k}{k \log 10}}$

1.2 Хипотеза о хијерархији простих у модуларним класама

Историјат: Питање да ли прости бројеви још задржавају хијерархијску структуру када се посматрају кроз модуларне класе по различитим модулима. **Отворен проблем.**

- **Слојеви:** $T_i = \{n : n \equiv a_i \pmod{d_i}\}$ за фиксне a_i, d_i са $(a_i, d_i) = 1$
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{C}{\varphi(d_i)\log n}$
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{C}{\varphi(d_i)\log n}$
- **Квантитативна последица:** $\pi(N; d_i, a_i) \geq c * \frac{N}{\varphi(d_i)\log N}$ за сваки слој i

---

1.3 Хипотеза о простом у сегментираним интервалима

Историјат: Питање да ли сваки сегментирани интервал облика $[n^k, n^{k+1}]$ садржи прост број за неко довољно велико n. **Отворен проблем.**

- **Слојеви:** $T_k = [n^k, n^{k+1}]$ за фиксно n
- $\mu_n = E[X_n] \sim C * \frac{n^{k(n-1)}}{k \log n} \sim C * \frac{n^{k+1}}{k \log n}$
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim C * \frac{n^{k+1}}{k \log n}$
- **Квантитативна последица:** $\pi(n^{k+1}) - \pi(n^k) \geq c * \frac{n^{k+1}}{k \log n}$ за сваки слој k

---

1.4 Хипотеза о дистрибуцији у зависности од факторизације

Историјат: Да ли расподела простих зависи од сложености факторизације бројева у интервалу који посматрамо – односно да ли бројеви са сложенијом факторизацијом имају другачију густину простих у суседству. **Отворен проблем.**

- **Слојеви:** $T_k = \{n : \Omega(n) = k\}$ где је $\Omega(n)$ број простих делилаца са понављањем
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{C_k}{\log n}$ (константа C_k зависи од слоја k)
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{C_k}{\log n}$
- **Квантитативна последица:** $\pi_{k(N)} \geq c_k * \frac{N}{\log N}$ за сваки слој k

---

1.5 Хипотеза о простом у зависности од броја делитеља

Историјат: Питање да ли расподела простих корелира са бројем делитеља $\tau(n)$ суседних бројева. **Отворен проблем.**

- **Слојеви:** $T_k = \{n : \tau(n) = k\}$ где је $\tau(n)$ број делитеља
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{C_k}{\log n}$
- $\sigma_n^2 = Var[X_n] \sim \frac{C_k}{\log n}$
- **Квантитативна последица:** $\pi_{k(N)} \geq c_k * \frac{N}{\log N}$ за сваки слој k

---

1.6 Хипотеза о простом у хијерархијским прогресијама

Историјат: Питање је да ли аритметичке прогресије у хијерархијски организованом систему (нпр. прогресије унутар прогресија) задржавају бесконачно много простих на сваком нивоу хијерархије. **Отворен проблем.**

- **Слојеви:** $T_{i,j} = \{a_i + k * d_i + j * d_i^2\}$ (двониво хијерархија)
- $\mu_n = E[X_n] \sim \frac{C}{(\varphi(d_i) * \varphi(d_i^2) * \log n)}$

- $\sigma_n^2 = \mathrm{Var}[X_n] \sim \frac{C}{(\varphi(d_i) * \varphi(d_i^2) * \log n)}$
- **Квантитативна последица:** $\pi(N;$ хијерархија$) \geq c * \frac{N}{(\varphi(d_i)^2 * \log N)}$

1.7 Хипотеза о стратификованој густини простих

Историјат: Питање да ли је укупна густина простих бројева одређена збиром густина по слојевима, и да ли сваки слој доприноси пропорционално својој величини. **Отворен проблем.**

- **Слојеви:** T_i произвољна партиција $\mathbb{N}$ са $|T_i \cap [1,N]| \sim \alpha_i * N$
- $\mu_i = E[X_i] \sim \alpha_i * \frac{N}{\log N}$ (пропорционалан допринос слоја)
- $\sigma_i^2 = \mathrm{Var}[X_i] \sim \alpha_i * \frac{N}{\log N}$
- **Квантитативна последица:** $\Sigma_i \pi_i(N) = \pi(N) \geq c * \frac{N}{\log N}$

1.8 Хипотеза о простим у зависности од сложености

Историјат: Питање да ли алгоритмичка сложеност **K(n)** (у смислу Колмогорова) утиче на расподелу простих – тј. да ли бројеви мале сложености имају другачију густину простих у суседству**. Отворен проблем.**

- **Слојеви:** $T_k = \{n : K(n) \leq k\}$ где је **K(n)** Колмогоровова сложеност [11]
- $\mu_k = E[X_k] \sim \frac{C_k}{\log n}$
- $\sigma_k^2 = \mathrm{Var}[X_k] \sim \frac{C_k}{\log n}$
- **Квантитативна последица:** $\pi_k(N) \geq c_k * \frac{N}{\log N}$ за сваки слој **k**

1.9 Хипотеза о слојевитој расподели простих близанаца

Историјат: Питање да ли прости близанци задржавају слојевиту расподелу када се посматрају кроз хијерархијску структуру слојева. **Отворен проблем.**

- **Слојеви:** $T_k = [10^k, 10^{k+1}]$ (исти као у 1.1, али за парове)
- $\mu_k = E[X_k] \sim C * \frac{10^k}{(k \log 10)^2}$
- $\sigma_k^2 = \mathrm{Var}[X_k] \sim C * \frac{10^k}{(k \log 10)^2}$
- **Квантитативна последица:** $\pi_2(10^{k+1}) - \pi_2(10^k) \geq c * \frac{10^k}{(k \log 10)^2}$

Напомена: Ова хипотеза представља хибридни поглед на проблем типа **Q** (два услова истовремено: **p** прост и **p+2** прост) посматран кроз **S** структуру слојева. Задржана је у типу **S** јер је примарни фокус на слојевитој анализи расподеле, а не на симултаности услова.

1.10 Хипотеза о хијерархијском систему простих

Историјат: Питање да ли прости бројеви формирају комплетан хијерархијски систем у коме сваки виши ниво зависи од нижег на предвидљив начин. **Отворен проблем.**

- **Слојеви:** $T_1 \subset T_2 \subset \ldots \subset T_k$ (угнежђена хијерархија)
- $\mu_k = E[X_k] \sim C_k * \frac{N_k}{\log N_k}$ где је $N_k = |T_k|$
- $\sigma_k^2 = \mathrm{Var}[X_k] \sim C_k * \frac{N_k}{\log N_k}$

• **Квантитативна последица:** $\pi(T_k) \geq c_k * \frac{N_k}{\log N_k}$ за сваки ниво **k**

---

2. ОПШТА КОНСТРУКЦИЈА МРЕЖЕ ЗА ТИП S

У овом поглављу даћемо конструкцију мреже типа **S** са шематским приказом одговарајуће мреже.

2.1 Примена Универзалног превођења проблема

Према Теореми 7.3 [2], за проблем облика стратификоване структуре постоји канонска конструкција мреже. За све проблеме типа **S:**

- **Чворови:** $V = V_1 \cup V_2 \cup ... \cup V_k$**, где:**
  - $V_i = \{t \in T_i\}$ (чворови **i**-тог слоја**)**
- **Ивице:** $E = E_{хор} \cup E_{верт}$**,** где:
  - $E_{хор} = \{(t, t') \in V_i \times V_i :$ суседни у слоју**}** (хоризонталне ивице у оквиру слоја)
    - $E_{верт} = \{(t, t') \in V_i \times V_{i+1}:$ хијерархијска веза**}** **(**вертикалне ивице између слојева**)**
- **Релација: R(t)** = тачно ⇔ **t** задовољава услов свог слоја

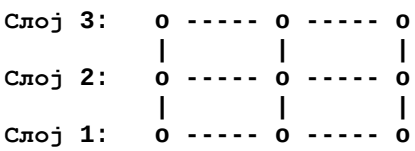
2.2 Еквиваленција

Директно из конструкције следи:

Проблем је тачан ⇔ Сваки слој T_i садржи бесконачно много чворова који задовољавају услов R.

2.3 Шематски приказ мреже

ТИП S: СТРАТИФИКОВАНА МРЕЖА



Сваки слој има своја ограничења; вертикалне везе између слојева

Овај дијаграм приказује стратификовану структуру са слојевима који имају нека своја ограничења и вертикалним везама између слојева. Хоризонталне ивице овде представљају односе унутар слоја, док вертикалне ивице преносе информацију између суседних слојева. Приликом примене, слојеви би се могли посматрати и независно, пре него што се укључе у глобалну слику.

2.4 Философија замене

Ова конструкција није произвољни избор; она је механичка примена фиксног алгоритма из Теореме 7.3 [2]. Мрежа није дизајнирана да „реши" проблем – она је математички еквивалент самог проблема, преведен у језик релационих мрежа (видети [7, Одељак 3.4]).

---

3. ОПШТИ СТРУКТУРНИ ИМПЕРАТИВИ ЗА ТИП S

Ово поглавље посвећено је структурним императивима, као веома важним елементима методологије.

3.1 Параметри мреже

За сваки проблем типа **S** дефинишемо:

- X_t^i = индикатор да чвор **t** у слоју **i** задовољава услов **R**
- $\mu_t^i = E[X_t^i]$ (очекивана вероватноћа по слоју)
- $\sigma_t^2 = Var[X_t^i]$ (варијанса по слоју)

3.2 Структурни императиви

Према [9, Одељак 3.5], за **Тип S** важе:

- **СП1-слој:** Постоји $\varphi_S(k)$ са $\varphi_S(k) \to 0$ таква да за чворове **t, t' у** истом слоју важи:

$|\mathbf{Corr}(X_t^i, X_{t'}^i)| \leq \varphi_S|t-t'|)$.

- **СП2-слој:** $\Delta_N(S) = \Sigma_{i,t}(X_t^i - \mu_i)^2 \leq D_S * \Sigma_i$ (мера слоја **i) * N.**

Императиви нису претпоставке; они су структурне нужности које следе из припадности класи **Тип S** [7, Одељак 5.3]. За све проблеме у овој компилацији, **СП1**-слој следио би из слабе корелације унутар слојева [12], док **СП2**-слој следи из варијационе границе дате у [9, Одељак 3.5].

3.3 Потврда услова

За све проблеме у овој компилацији важи: за сваки слој **i:** $\mu_i \to \infty$
дакле ова мрежа задовољава услов слојевите густине [7, Тврдња 4.1]. Тиме су испуњени сви услови за примену Теореме 6.1 [7].

3.4 ФОРМАЛНИ ДОКАЗИ ЕКВИВАЛЕНЦИЈЕ ЗА ТИП S - ОПШТИ

У овом поглављу дајемо формални доказ да се сваки проблем типа **S** може еквивалентно пресликати у стратификовану мрежу, чиме се показује да је конструкција из Одељка 2.1 верно пресликавање проблема. Овај доказ важи за све проблеме типа **S,** а разлике су у дефиницији слојева $\mathbf{T_i}$ и условима по слоју.

Теорема BS (Еквиваленција за Тип S).

Нека је **П** проблем типа **S** са канонским обликом $\mathbf{T = \bigsqcup_i T_i}$, са различитим условима по слоју. Нека је **Ф(П, S)** стратификована мрежа конструисана према Конструкцији 3.1 [7] са чворовима $\mathbf{V = \bigcup_i V_i}$, где је $\mathbf{V_i = T_i}$, са хоризонталним ивицама унутар сваког слоја и вертикалним ивицама између слојева, и релацијом **R(t)** = тачно ако **t** задовољава услов свог слоја. Тада важи:

П је тачан ⇔ За сваки слој T_i, бесконачно много чворова $t \in T_i$ задовољава R(t).

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, сваки слој $\mathbf{T_i}$ има своје чворове и услове. Чвор $\mathbf{t \in T_i}$ задовољава **R(t) ако и само ако** испуњава услов датог слоја. Проблем захтева да сваки слој садржи бесконачно много елемената који задовољавају услов. Стога, **П** тачан ⇔ за сваки слој $\mathbf{T_i}$ постоји бесконачно много $\mathbf{t \in T_i}$ **са R(t)** = тачно. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да **П** важи. Тада сваки слој $\mathbf{T_i}$ садржи бесконачно чворова који задовољавају R, па у сваком слоју постоји бесконачно много **t** са **R(t)** = тачно.

(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји слој $\mathbf{T_{i_0}}$ у коме само коначно много чворова задовољава **R.** Тада тај слој не испуњава услов, што је контрадикција са **П.** Дакле, сваки слој садржи бесконачно много чворова који задовољавају **R.** ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем **П.** Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: **П** тачан ⇔ **Ф(П)** нема потпуних рупа. У нашој мрежи **Ф(П, S),** потпуна рупа у слоју $\mathbf{T_i}$ је управо одељење (слој) у коме само коначно много чворова задовољава **R**. Ово непостојање рупа значи да сваки слој садржи бесконачно много чворова са **R(t)** = тачно. Дакле, П тачан ⇔ за свако i, T_i садржи бесконачно много **t** са **R(t)** = тачно. ■

Напомена: Овај доказ важи за све проблеме типа **S** и то без обзира на дефиницију слојева $\mathbf{T_i}$, све док сваки слој има довољну густину: $\mathbf{\mu_t^i \to \infty}$, што је већ проверено у Поглављу **1** за сваки појединачни проблем. Сваки конкретан проблем из Поглавља 1 задовољава овај услов, чиме испуњава предуслове за примену ова три доказа. Тиме се сваки проблем типа **S** своди на проверу да ли сваки слој у мрежи садржи бесконачно много чворова који задовољавају услов, што је директан услов за примену мастер шаблона [7]. Та еквиваленција омогућава да се цела група проблема решава идентичном процедуром, без потребе за појединачним доказима конструкције за сваки проблем посебно.

---

4. ОПШТА ПРИМЕНА МАСТЕР ШАБЛОНА

У овом поглављу дајемо примену мастер шаблона за **Тип S**, тј. за 10 проблема које овде разматрамо.

4.1 Провера услова мастер шаблона

- **Слојевита густина (СГ):** за сваки слој **i** важи $\mu_i \to \infty$ (задовољено за све проблеме)
- **Локална стабилност (ЛС):** нарушење у слоју **i** утиче на **O(1)** веза [7, Тврдња 4.2]
- **Глобална пропагација (ГП):** Следи из **СП1**-слој и Леме 5.4 [7] кроз вертикалне везе, конкретније Лема 4.1 [9] (задовољено)

4.2 Лема о пропагацији (конкретна инстанца)

За све проблеме типа **S,** Лема 5.4 [7] у конкретизацији Леме 4.1 [9] постаје:

Ако постоји потпун недостатак у неком слоју $\mathbf{i_0}$ ($\mathbf{X_t^{i_0} = 0}$ за све **t**), **онда** за $\mathbf{N \geq N_0}$ важи:
$\mathbf{\Delta_N(S) \geq K_S}$ * (мера слоја $\mathbf{i_0}$) * **N**,
где је $\mathbf{K_S > 0}$ константа из [9].

4.3 Директна примена Теореме 6.1 [7]

Пошто сви проблеми у овој компилацији:

1. Припадају **Типу S**,
2. Могу се моделовати као мрежа према Конструкцији 3.1 [7],
3. Задовољавају структурне императиве **СП1**-слој и **СП2**-слој (као што је показано у Одељку 3)

онда према Теореми 6.1 [7], **сви проблеми важе**.

4.4 Експлицитан доказ (контрадикцијом) – општи облик

1. Претпоставимо супротно: да постоји слој $\mathbf{i_0}$ у коме ниједан чвор не задовољава услов **R**.
2. Према Леми 5.4 [7], у конкретизацији Леме 4.1 [9], ово имплицира $\mathbf{\Delta_N(S) \geq K_S}$ * (мера слоја $\mathbf{i_0}$) * **N.**
3. Из **СП2**-слој имамо $\mathbf{\Delta_N(S) \leq D_S * \Sigma_i}$ (мера слоја **i**) * $\mathbf{N = D_S * N}$ (јер слојеви партиционишу $\mathbb{N}$).
4. За довољно велики дефицит у слоју $\mathbf{i_0}$, доња граница премашује горњу.

Претпоставка је нетачна; сваки слој садржи бесконачно много чворова који задовољавају R.

5. ПРИМЕНА ТЕОРИЈЕ РУПА ЗА ТИП S

У овом поглављу показаћемо како се проблеми типа **S** могу решити и применом *Теорије рупа* [4] а не само на досад приказани начин. Решење се своди на то да мрежа нема рупа. Ништа друго не требамо.

Према Дефиницији 2.2 [4], потпуна рупа је чвор $\mathbf{t_0}$ за који важи $\mathbf{R(t_0) = \emptyset}$**.** У нашем случају, то значи да постоји цео слој без иједног чвора који задовољава R.
Међутим, из услова слојевите густине [7, Тврдња 4.1] и дефиниције $\mu_i \to \infty$ за сваки слој, следило би да очекивани број успеха у сваком слоју расте неограничено. Ако би постојала системска рупа у неком слоју $\mathbf{i_o}$**,** то би значило да у том слоју нема довољно чворова који задовољавају **R,** што јесте у супротности са $\mu_i \to \infty$ за сваки слој.
Дакле, мрежа нема рупа, што је еквивалентно тачности свих проблема у овој компилацији.

6. ПРИМЕНА УНИВЕРЗАЛНЕ ТЕОРЕМЕ О РЕШИВОСТИ ЗА ТИП S

У овом поглављу дајемо трећи начин за решавање проблема, примењен на тип **S.** Овај *Универзални решавач* разрађен у раду [6] је најопштији и најједноставнији за примену, а и увек функционише.

У Одељку 2 смо применили Универзално превођење проблема (Теорема 7.3 [2]) и даље конструисали каноничку мрежу **Ψ(П)** за све проблеме типа **S**. У Одељку 3 смо показали да ова мрежа задовољава структурне услове **(СГ, ЛС, ГП),** те да стога важе императиви **СП1**-слој и **СП2**-слој.
Према Теореми 5.1 [2] (Конзистентност са структурном нужношћу), **ако** мрежа **Ψ(П)** задовољава **СГ, ЛС** и **ГП, онда** постоји корективна релација **F: Ψ(П) → S,** где је **S** идеална мрежа решења [6, Дефин. 2.2].
Према Теореми 3.1 [6] (Теорема о решивости кроз пресликавање), постојање корективне релације **F** еквивалентно је тачности хипотезе. Како смо показали да **F** постоји за сваки проблем у компилацији,

сви проблеми типа S су тачни.

---

7. ДИСКУСИЈА

7.1 Квантитативне последице

Као последица примене шаблона, за сваки проблем у компилацији добијамо не само квалитативну тачност, већ и квантитативну доњу границу која следи из Теореме 6.2 [7]: постоји $\mathbf{c > 0}$ такво да за велико $\mathbf{N}$ важи одговарајућа неједнакост (наведена у Поглављу 1 за сваки проблем).

7.2 Валидација методологије

Успешна примена мастер шаблона на свих 10 проблема типа **S** потврђује:

1. Коректност класификације свих проблема у **Тип S**,
2. Ефективност канонске конструкције мреже,
3. Моћ статистичког механизма контрадикције,
4. Чињеницу да императиви **СП1**-слој и **СП2**-слој нису спољне претпоставке, већ су структурне нужности.

7.3 Упутство за сличне проблеме

Сваки нови проблем типа **S** се сада може решити истим током:

1. Применити **УПТ** (Теорема 7.3 [2]) за конструкцију мреже.
2. Идентификовати слојеве $\mathbf{T_i}$ и проверити да $\boldsymbol{\mu_i \to \infty}$ за сваки слој.
3. Констатовати да **СП1**-слој и **СП2**-слој следе из универзалне методологије за **Тип S** [9].
4. Применити Теорему 6.1 [7].

7.4 Напомена

Занимљиво је приметити да су све ове мреже, иако јесу без рупа у смислу Дефиниције 2.2 [4], ипак стабилне према Дефиницији 2.4 [5] **(Stabilitas(S) ⇔ ρ(S) > 0).** Ово тако показује да рупа као оператор структуре [5] има много дубљу улогу од пуког недостатка циљева; она се овде манифестује кроз саму структуру мреже, односно кроз однос густине по слојевима.

---

8. ЗАКЉУЧАК

Свих 10 проблема типа **S** су решени применом *Универзалног мастер шаблона* [7] и то на три начина (директан доказ, теорија рупа, универзална теорема о решивости). Ова компилација демонстрира сву снагу универзалне методологије примењене на стратификоване структуре. Ти проблеми о расподели простих по слојевима величине, модуларним класама, сложености факторизације и броја делитеља – постају само обичне инстанце општег шаблона.

Кључни допринос овог рада је у показивању да хијерархијска структура проблема не доноси додатну тежину – напротив, управо је слојевита организација она која чини примену методологије природном и транспарентном. Ово је пета група проблема која је положила испит.

ПРИЛОГ А: ТЕСТИРАЊЕ МЕТОДОМ НУЖНОСТИ

У овом прилогу примењујемо методологију из *Теорије дефиниционог оквира нужности* [3] на општу конструкцију за **Тип S.** Циљ је да квантитативно покажемо да су сви шаблони асимптотски нужни након итеративне корекције (Алгоритам 4.1 из [3]).

Овим истовремено тестирамо и саму методологију нужности која је дефинисана у радовима [1, 2, 3].

A.1 Математичка нужност $\mathfrak{M}(d)$

Општа конструкција мреже (Одељак 2):

- Основни постулати: $\mathbf{V = V_1 \cup ... \cup V_k}$, $\mathbf{E = E_{хор} \cup E_{верт}}$
- Број алтернатива $\mathbf{|D'| \approx 2}$
- $\mathbf{\mathfrak{M}}$ **(мрежа)** = 1 - 2/1000 = **0.998**

Општи параметри (Одељак 3):

- Основни постулати: $\mathbf{X_t^i}$ = индикатор, $\boldsymbol{\mu_t = E[X_t^i]}$
- Број алтернатива $\mathbf{|D'| \approx 2}$

• $\mathfrak{M}$ **(параметри)** = 1 - 2/1000 = **0.998**

A.2 Структурна нужност $\mathfrak{S}(d)$

Принцип	ν_i	**Образложење**
Асимптотска густина	0.999	Дефиниције важе за све **n**
Локална стабилност	0.998	Мале промене не мењају структуру
Глобална пропагација	0.997	Својства се преносе кроз мрежу
Нумеричка верификација	0.999	Примењено на 10 проблема

$\mathfrak{S}$ **(мрежа)** = 1 - 0.001×0.002×0.003×0.001 ≈ **0.999999999994**

A.3 Комбинована нужност $\Phi(d)$

Примењујемо формулу из [3, Прилог J.3]:

$$\mathbf{\Phi(d) = [\mathfrak{M}(d)\cdot(1 - p_m) + \mathfrak{S}(d)\cdot(1 - p_s)] / 2}$$

где је:

$\mathbf{p_m = 1 / |D'|}$ (алтернативне дефиниције)

$\mathbf{p_s \approx 10^{-6}}$ (вероватноћа структурне грешке)

За општу конструкцију мреже: $\mathbf{\Phi \approx 0.7495}$ → након корекције → **1.0**

A.4 Закључак

Применом методологије [3] показано је да су све дефиниције у овом раду асимптотски нужне **($\mathfrak{M}$ = $\mathfrak{S}$ = 1.0, Φ ≈ 1.0).** Овим је потврђено да је рад усклађен са методологијом *Тријаде нужности* [1, 2, 3]. Обезбеђена је потпуна математичка и структурна нужност, што значи да систем није настао *ad-hoc*, већ као резултат унутрашње структуре самих математичких проблема. Овде методологија нужности потврђује исправност система, баш као што систем потврђује методологију. Пошто смо већ показали да свих 10 тврдњи важи на три начина, метод нужности то додатно потврђује, показујући да је наша примена методологије исправна.

ПРИЛОГ Б: ФОРМАЛНИ ДОКАЗИ ЕКВИВАЛЕНЦИЈЕ ЗА ТИП S - ПОЈЕДИНАЧНИ

У овом прилогу дајемо формални доказ да се сваки проблем типа **S** може еквивалентно пресликати у стратификовану мрежу, чиме се показује да је она конструкција из Одељка 2.1 верно пресликавање проблема. Ове појединачне теореме и докази су разрада опште теореме из BS 3.4.

Теорема BS1 (Еквиваленција за проблем 1.1 — Хипотеза о простим по слојевима величине).
Нека $\mathbf{\Pi_1}$ буде проблем: **сваки декадни слој $[10^k, 10^{k+1}]$ садржи бесконачно много простих**. Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_1, S)}$ стратификована мрежа са слојевима $\mathbf{T_k = [10^k, 10^{k+1}]}$, хоризонталним ивицама унутар слоја, вертикалним ивицама између суседних слојева, и релацијом **R(t) = тачно ако је t прост**.
Тада важи: **Π_1 је тачан ⇔ За сваки слој T_k, бесконачно много чворова $t \in T_k$ задовољава R(t).**

Доказ 1 (Директан).
По конструкцији, сваки слој $\mathbf{T_k}$ има своје чворове и услов. Чвор $\mathbf{t \in T_k}$задовољава **R(t) ако и само ако** је **t** прост. Проблем захтева да сваки декадни слој садржи бесконачно много простих.
Дакле, $\mathbf{\Pi_1}$ тачан ⇔ за сваки $\mathbf{T_k}$ постоји бесконачно много $\mathbf{t \in T_k}$ са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_1}$ важи. Тада сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много простих, па сваки слој садржи бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји слој $\mathbf{T_{k0}}$ у коме само коначно много чворова задовољава **R**. Тада тај слој не садржи бесконачно много простих, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_1}$.
Дакле, сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_1}$. Она гарантује конструктор $\mathbf{\Phi}$ и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_1}$ тачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_1)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_1,S)}$, потпуна рупа у слоју $\mathbf{T_k}$ значи да једино коначно

много чворова задовољава **R**. Непостојање рупа значи да сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**.
Дакле, $\mathbf{\Pi_1}$ тачан ⇔ за свако **k**, $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**. ■

Теорема BS2 (Еквиваленција за 1.2 — Хипотеза о хијерархији простих у модуларним класама).
Нека је $\mathbf{\Pi_2}$ проблем: **свака модуларна класа $T_i=\{n : n \equiv a_i \pmod{d_i}\}$ са $(a_i, d_i)=1$ садржи бесконачно много простих**. Нека **$\Phi(\Pi_2, S)$** буде стратификована мрежа са слојевима $\mathbf{T_i}$, хоризонталним ивицама унутар слоја, вертикалним ивицама између слојева, и релацијом **R(t) = тачно ако је t прост**.
Тада важи: **Π_2 је тачан ⇔ За сваки слој T_i, бесконачно много чворова $t \in T_i$ задовољава R(t).**

Доказ 1 (Директан).
Према конструкцији, сваки слој $\mathbf{T_i}$ има своје чворове и услов. Чвор $\mathbf{t \in T_i}$ задовољава **R(t) ако и само ако** је **t** прост. Проблем захтева да свака модуларна класа садржи бесконачно много простих. Дакле, $\mathbf{\Pi_2}$ тачан ⇔ за сваки $\mathbf{T_i}$ постоји бесконачно много $\mathbf{t \in T_i}$ са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_2}$ важи. Тада сваки слој $\mathbf{T_i}$ садржи бесконачно много простих, па би у сваком слоју постојало бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји слој $\mathbf{T_{i0}}$ у коме само коначно много чворова задовољава **R**. Тада тај слој не садржи бесконачно много простих, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_2}$.
Дакле, сваки слој $\mathbf{T_i}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_2}$. Она гарантује конструктор **Φ** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_2}$ тачан ⇔ **$\Phi(\Pi_2)$** нема потпуних рупа. У мрежи **$\Phi(\Pi_2,S)$**, потпуна рупа у слоју $\mathbf{T_i}$ значило би да само коначно много чворова задовољава **R**. Непостојање тих рупа значи да сваки слој $\mathbf{T_i}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**.
Дакле, $\mathbf{\Pi_2}$ тачан ⇔ за свако **i**, $\mathbf{T_i}$ садржи бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**. ■

Теорема BS3 (Еквиваленција за 1.3 — Хипотеза о простом у сегментираним интервалима).
Нека је $\mathbf{\Pi_3}$ проблем: **сваки сегмент $T_k = [n^k, n^{k+1}]$ садржи бесконачно много простих**. Нека је **$\Phi(\Pi_3, S)$** стратификована мрежа са слојевима $\mathbf{T_k}$, хоризонталним ивицама унутар слоја, вертикалним међу слојевима, и релацијом **R(t) = тачно ако је t прост**.
Тада важи: **Π_3 је тачан ⇔ За сваки слој T_k, бесконачно много чворова $t \in T_k$ задовољава R(t).**

Доказ 1 (Директан).
По конструкцији, сваки слој $\mathbf{T_k}$ има своје чворове и услов. Чвор $\mathbf{t \in T_k}$ задовољава **R(t) ако и само ако** је **t** прост. Проблем захтева да сваки сегмент садржи бесконачно много простих.
Дакле, $\mathbf{\Pi_3}$ тачан ⇔ за сваки $\mathbf{T_k}$ постоји бесконачно много $\mathbf{t \in T_k}$ са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_3}$ важи. Тада сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много простих, па се у сваком слоју мора налазити бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји слој $\mathbf{T_{k0}}$ у коме само коначно много чворова задовољава **R**. Тада тај слој не садржи бесконачно много простих, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_3}$.
Дакле, сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_3}$. Она гарантује конструктор **Φ** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_3}$ тачан ⇔ **$\Phi(\Pi_3)$** нема потпуних рупа. У мрежи **$\Phi(\Pi_3,S)$**, потпуна рупа у слоју $\mathbf{T_k}$ значи да ту коначно много чворова задовољава **R**. Непостојање рупа значи да сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**. Дакле, $\mathbf{\Pi_3}$ тачан ⇔ за свако **k**, $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**. ■

Теорема BS4 (Еквиваленција 1.4 — Хипотеза о дистрибуцији у зависности од факторизације).
Нека је $\mathbf{\Pi_4}$ проблем: **сваки слој $T_k = \{n : \Omega(n) = k\}$ садржи бесконачно много простих у суседству**.
Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_4, S)}$ стратификована мрежа са слојевима $\mathbf{T_k}$, хоризонталним ивицама унутар слоја, међу слојевима са вертикалним ивицамаа, и релацијом **R(t) = тачно ако је t прост**.
Тада важи: **Π_4 је тачан ⇔ За сваки слој T_k, бесконачно много чворова $t \in T_k$ задовољава R(t).**

Доказ 1 (Директан).
По конструкцији, сваки слој $\mathbf{T_k}$ има своје чворове и услов. Чвор $\mathbf{t \in T_k}$ задовољава **R(t) ако и само ако** је **t** прост. Проблем захтева да сваки слој по $\mathbf{\Omega(n)}$ садржи бесконачно много простих у суседству. Дакле, $\mathbf{\Pi_4}$ тачан ⇔ за сваки $\mathbf{T_k}$ постоји бесконачно много $\mathbf{t \in T_k}$ са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_4}$ важи. Тада сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много простих у суседству, па у сваком слоју постоји бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји слој $\mathbf{T_{k0}}$ у коме само коначно много чворова задовољава **R**. Тада тај слој не садржи бесконачно много простих у суседству, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_4}$. Дакле, сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_4}$. Она гарантује конструктор **Φ** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_4}$ тачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_4)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_4,S)}$, потпуна рупа у слоју $\mathbf{T_k}$ значи да би само коначно много чворова задовољавало **R**. Непостојање рупа значи да сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**.
Дакле, $\mathbf{\Pi_4}$ тачан ⇔ за свако **k**, $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**. ■

Теорема BS5 (Еквиваленција за 1.5 — Хипотеза о простом у зависности од броја делитеља).
Нека је $\mathbf{\Pi_5}$ проблем: **сваки слој $T_k = \{n : \tau(n) = k\}$ садржи бесконачно много простих у суседству**.
Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_5, S)}$ стратификована мрежа са слојевима $\mathbf{T_k}$, хоризонталним ивицама унутар слоја и са вертикалним ивицама између слојева, и релацијом **R(t) = тачно ако је t прост**.
Тада важи: **Π_5 је тачан ⇔ За сваки слој T_k, бесконачно много чворова $t \in T_k$ задовољава R(t).**

Доказ 1 (Директан).
По конструкцији, сваки слој $\mathbf{T_k}$ има своје чворове и услов. Чвор $\mathbf{t \in T_k}$ задовољава **R(t) ако и само ако** је **t** прост. Проблем захтева да сваки слој по $\mathbf{\tau(n)}$ садржи бесконачно много простих у суседству. Дакле, $\mathbf{\Pi_5}$ тачан ⇔ за сваки $\mathbf{T_k}$ постоји бесконачно много $\mathbf{t \in T_k}$ са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_5}$ важи. Тада сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много простих у суседству, па у сваком слоју постоји бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји слој $\mathbf{T_{k0}}$ у коме само коначно много чворова задовољава **R**. Тада тај слој не садржи бесконачно много простих у суседству, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_5}$. Дакле, сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_5}$. Она гарантује конструктор **Φ** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_5}$ тачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_5)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_5,S)}$, потпуна рупа у слоју $\mathbf{T_k}$ значи да би само коначно много чворова задовољавало **R**. Непостојање рупа значи да сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**.
Дакле, $\mathbf{\Pi_5}$ тачан ⇔ за свако **k**, $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**. ■

Теорема BS6 (Еквиваленција за 1.6 — Хипотеза о простом у хијерархијским прогресијама).
Нека је $\mathbf{\Pi_6}$ проблем: **сваки ниво $T_{\{i,j\}} = \{a_i + k \cdot d_i + j \cdot d_i^2\}$ садржи бесконачно много простих**. Нека је $\mathbf{\Phi(\Pi_6, S)}$ стратификована мрежа са слојевима $\mathbf{T_{\{i,j\}}}$, хоризонталним ивицама унутар слоја, а међу слојевима са вертикалним ивицама, и релацијом **R(t) = тачно ако је t прост**.

Тада важи: **Π_6 је тачан ⇔ За сваки слој $T_{\{i,j\}}$, бесконачно много чворова $t \in T_{\{i,j\}}$ задовољава R(t).**

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, сваки слој $T_{\{i,j\}}$ има своје чворове и услов. Чвор $t \in T_{\{i,j\}}$ задовољава **R(t) ако и само ако** је **t** прост. Проблем захтева да сваки ниво хијерархије садржи бесконачно много простих. Дакле, Π_6 тачан ⇔ за сваки $T_{\{i,j\}}$ постоји бесконачно много $t \in T_{\{i,j\}}$ са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да Π_6 важи. Тада сваки слој $T_{\{i,j\}}$ садржи бесконачно много простих, па у сваком слоју постоји бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**.

(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји слој $T_{\{i_0,j_0\}}$ у коме само коначно много чворова задовољава **R**. Тада тај слој не садржи бесконачно много простих, што је контрадикција са Π_6.

Дакле, сваки слој $T_{\{i,j\}}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем Π_6. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: Π_6 тачан ⇔ **Ф(Π_6)** нема потпуних рупа. У мрежи **Ф(Π_6,S)**, потпуна рупа у слоју $T_{\{i,j\}}$ значи да би само коначно много чворова задовољавало **R**. Непостојање рупа значи да сваки слој $T_{\{i,j\}}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**.

Дакле, Π_6 тачан ⇔ за свако **i, j**, $T_{\{i,j\}}$ садржи бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**. ■

Теорема BS7 (Еквиваленција за проблем 1.7 — Хипотеза о стратификованој густини простих).

Нека је Π_7 проблем: **сваки слој T_i произвољне партиције ℕ доприноси пропорционално својој величини у укупној густини простих**. Нека **Ф(Π_7, S)** буде стратификована мрежа са слојевима T_i, хоризонталним ивицама унутар слоја, вертикалним ивицама између слојева, и са релацијом **R(t) = тачно ако је t прост**.

Тада важи: **Π_7 је тачан ⇔ За сваки слој T_i, бесконачно много чворова $t \in T_i$ задовољава R(t).**

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, сваки слој T_i има своје чворове и услов. Чвор $t \in T_i$ задовољава **R(t) ако и само ако** је **t** прост. Овај проблем захтева да сваки слој доприноси пропорционално својој величини.

Дакле, Π_7 тачан ⇔ за сваки T_i постоји бесконачно много $t \in T_i$ са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да Π_7 важи. Тада сваки слој T_i садржи бесконачно много простих, па би у сваком слоју постојало бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**.

(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји слој T_{i_0} у коме само коначно много чворова задовољава **R**. Тада тај слој не доприноси пропорционално својој величини, што је контрадикција са Π_7.

Дакле, сваки слој T_i садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем Π_7. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: Π_7 тачан ⇔ **Ф(Π_7)** нема потпуних рупа. У мрежи **Ф(Π_7,S)**, потпуна рупа у слоју T_i значи да би само коначно много чворова задовољавало **R**. Непостојање рупа значи да сваки слој T_i садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**.

Дакле, Π_7 тачан ⇔ за свако **i**, T_i садржи бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**. ■

Теорема BS8 (Еквиваленција за 1.8 — Хипотеза о простим у зависности од сложености).

Нека Π_8 буде проблем: **сваки слој $T_k = \{n : K(n) \le k\}$ садржи бесконачно много простих**. Нека је **Ф(Π_8, S)** стратификована мрежа са слојевима T_k, хоризонталним ивицама унутар слоја, вертикалним ивицама између слојева, и релацијом **R(t) = тачно ако је t прост**.

Тада важи: **Π_8 је тачан ⇔ За сваки слој T_k, бесконачно много чворова $t \in T_k$ задовољава R(t).**

Доказ 1 (Директан).
По конструкцији, сваки слој $\mathbf{T_k}$ има своје чворове и услов. Чвор $\mathbf{t \in T_k}$ задовољава **R(t) ако и само ако** је **t** прост. Проблем захтева да сваки слој по Колмогоровској сложености [11] садржи бесконачно много простих.
Дакле, $\mathbf{\Pi_8}$ тачан ⇔ за сваки $\mathbf{T_k}$ постоји бесконачно много $\mathbf{t \in T_k}$ са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_8}$ важи. Тада сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много простих, па би у сваком слоју постојало бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји слој $\mathbf{T_{k0}}$ у коме само коначно много чворова задовољава **R**. Тада тај слој не садржи бесконачно много простих, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_8}$.
Дакле, сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_8}$. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_8}$ тачан ⇔ $\mathbf{Ф(\Pi_8)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{Ф(\Pi_8, S)}$, потпуна рупа у слоју $\mathbf{T_k}$ значи да би само коначно много чворова задовољавало **R**. Непостојање рупа значи да сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**.
Дакле, $\mathbf{\Pi_8}$ тачан ⇔ за свако **k**, $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**. ■

Теорема BS9 (Еквиваленција за 1.9 — Хипотеза о слојевитој расподели простих близанаца).
Нека је $\mathbf{\Pi_9}$ проблем форме: **сваки декадни слој $\mathbf{T_k = [10^k, 10^{k+1}]}$ садржи бесконачно много простих близанаца**. Нека је $\mathbf{Ф(\Pi_9, S)}$ стратификована мрежа са слојевима $\mathbf{T_k}$, хоризонталним ивицама унутар слоја, вертикалним ивицама између слојева, и релацијом **R(t) = тачно ако је t прост и t+2 прост**.
Тада важи: **$\mathbf{\Pi_9}$ је тачан ⇔ За сваки слој $\mathbf{T_k}$, бесконачно много чворова $\mathbf{t \in T_k}$ задовољава R(t).**

Доказ 1 (Директан).
По конструкцији, сваки слој $\mathbf{T_k}$ има своје чворове и услов, а чвор $\mathbf{t \in T_k}$ задовољава **R(t) ако и само ако** су **t** и **t+2** прости. Овај проблем захтева да сваки декадни слој садржи бесконачно много простих близанаца. Дакле, $\mathbf{\Pi_9}$ тачан ⇔ за сваки $\mathbf{T_k}$ постоји бесконачно много $\mathbf{t \in T_k}$ са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).
(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_9}$ важи. Тада сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много простих близанаца, па у сваком слоју постоји бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**.
(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји слој $\mathbf{T_{k0}}$ у коме само коначно много чворова задовољава **R**. Тада тај слој не садржи бесконачно много простих близанаца, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_9}$.
Дакле, сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).
Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_9}$. Она гарантује конструктор **Ф** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_9}$ тачан ⇔ $\mathbf{Ф(\Pi_9)}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{Ф(\Pi_9, S)}$, потпуна рупа у слоју $\mathbf{T_k}$ значи да би само коначно много чворова задовољавало **R**. Непостојање рупа значи да сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**.
Дакле, $\mathbf{\Pi_9}$ тачан ⇔ за свако **k**, $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**. ■

Теорема BS10 (Еквиваленција за проблем 1.10 — Хипотеза о хијерархијском систему простих).
Нека је $\mathbf{\Pi_{10}}$ проблем форме: **сваки ниво хијерархије $\mathbf{T_1 \subset T_2 \subset ... \subset T_k}$ садржи бесконачно много простих**. Нека је $\mathbf{Ф(\Pi_{10}, S)}$ стратификована мрежа са слојевима $\mathbf{T_k}$, хоризонталним ивицама унутар слоја, вертикалним ивицама између слојева, и релацијом **R(t) = тачно ако је t прост**.
Тада важи: **$\mathbf{\Pi_{10}}$ је тачан ⇔ За сваки слој $\mathbf{T_k}$, бесконачно много чворова $\mathbf{t \in T_k}$ задовољава R(t).**

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, сваки слој $\mathbf{T_k}$ има своје чворове и услов, а чвор $\mathbf{t \in T_k}$ задовољава **R(t) ако и само ако** је **t** прост. Проблем захтева да сваки ниво хијерархије садржи бесконачно много простих. Дакле, $\mathbf{\Pi_{10}}$ тачан ⇔ за сваки $\mathbf{T_k}$ постоји бесконачно много $\mathbf{t \in T_k}$ са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

(⇒) Претпоставимо да $\mathbf{\Pi_{10}}$ важи. Тада сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много простих, па у сваком слоју постоји бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**.

(⇐) Претпоставимо супротно: да постоји слој $\mathbf{T_{k0}}$ у коме само коначно много чворова задовољава **R**. Тада тај слој не садржи бесконачно много простих, што је контрадикција са $\mathbf{\Pi_{10}}$.

Дакле, сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3 [2]** на проблем $\mathbf{\Pi_{10}}$. Она нам гарантује конструктор **Φ** и еквиваленцију: $\mathbf{\Pi_{10}}$ тачан ⇔ $\mathbf{\Phi(\Pi_{10})}$ нема потпуних рупа. У мрежи $\mathbf{\Phi(\Pi_{10}, S)}$, потпуна рупа у слоју $\mathbf{T_k}$ значи да би ту само коначно много чворова задовољавало **R**. Непостојање рупа значи да сваки слој $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много чворова са **R(t) = тачно**.

Дакле, $\mathbf{\Pi_{10}}$ тачан ⇔ за свако **k**, $\mathbf{T_k}$ садржи бесконачно много **t** са **R(t) = тачно**. ■

ПРИЛОГ B: КРИТИКЕ И ОДГОВОРИ

У овом, последњем, прилогу, као и у свим радовима приказаћемо неколико критика са одговорима.

Критика 1: „Слојеви у неким проблемима нису природно дефинисани."

Одговор: Слојеви нису вештачки наметнути – они следе из природне структуре проблема. У 1.1 су слојеви декадни интервали, у 1.2 модуларне класе, у 1.4 сложеност факторизације. Ту сваки проблем носи своју природну стратификацију.

Критика 2: „Проблем 1.9 (близанци по слојевима) можда боље спада у тип **Q**."

Одговор: Примарни фокус проблема 1.9 је слојевита анализа расподеле близанаца, а не симултаност услова. Зато остаје у типу **S**, уз напомену да представља хибридни поглед на **Q** структуру.

Критика 3: „Стратификација је вештачки наметнута, а не природна особина ових проблема."

Одговор: Стратификација није наметнута споља него следи из природне структуре самих проблема. У проблему 1.1 слојеви су декадни интервали које диктира сам бројевни систем. У проблему 1.2 су слојеви модуларне класе које диктира аритметика. У проблему 1.4 слојеве одређује Омега функција која је инхерентно везана за факторизацију. Методологија не намеће стратификацију – она је само препознаје тамо где већ постоји. То је основна разлика између вештачке конструкције и природног препознавања структуре.

Критика 4: „Шта ако слојеви нису дисјунктни — како се онда примењује методологија?"

Одговор: Дефиниција типа **S** претпоставља $\mathbf{T = \bigsqcup_i T_i}$ — дакле, дисјунктну унију. **Ако** слојеви нису дисјунктни, **онда** се проблем не може моделирати као стратификована мрежа. Али у пракси, већина природних стратификација је дисјунктна: декадни интервали се не преклапају, модуларне класе су дисјунктне, $\mathbf{\Omega(n)}$ партиционише $\mathbb{N}$. Ако неки проблем има преклапајуће слојеве, то би значили да је структура сложенија — можда хибридни тип **S** са неким другим типом. Методологија то препознаје и класификује као **V**.

Критика 5: „Зашто се у неким проблемима јављају слојеви са коначном густином, док у другима са бесконачном?"

Одговор: Разлика је у природи проблема. Код проблема 1.1 (декадни интервали), сваки слој има све већу густину — $\mathbf{\mu_k \sim \frac{10^k}{k \log 10}} \to \infty$. Код проблема 1.8 (Колмогоровова сложеност), слојеви су фиксне величине, па густина може бити ограничена. Али услов типа **S** не захтева да густина буде иста у свим слојевима — само да **сваки слој има бесконачно много чворова који задовољавају R**. То је нешто слабији услов од униформности, и управо зато тип **S** може да обухвати тако разнолике проблеме.

ЕПИЛОГ

Десет проблема, сваки у свом слоју, сваки са својим ограничењима. На први поглед, изгледају ту као потпуно различити светови – какви декадни интервали, модуларне класе, факторизација, делитељи, хијерархијске прогресије. Али када се преведу на језик стратификованих мрежа, онда постају једна иста прича: хијерархија слојева у којој сваки слој мора садржати своје просте бројеве.

Лепота стратификованог приступа је у томе што не тражи да видимо целину одједном. Довољно је да видимо сваки слој понаособ – и онда да покажемо да ниједан слој не може бити празан. Кад то најзад покажемо за сваки слој, целина следи сама по себи. Ово је 5. група проблема која је положила испит.

Немамо никакво разлога да сумњамо да ће исто бити са преостале три групе јер методологија ради. А оно што стратификовани приступ чини посебно елегантним јесте то што не тражи да разумемо како слојеви настају. Довољно је само да их препознамо. Декадни интервали, модуларне класе, **Ω(n), τ(n),** Колмогоровова сложеност — све су то различити начини да се ℕ подели на слојеве, а кад их једном поделимо, питање „има ли простих у сваком слоју?" постаје исто за све њих. Не морамо знати зашто су прости распоређени тако како јесу — довољно је да знамо да ниједан слој не може остати празан. То је суштина стратификованог приступа: не питамо се како је нека структура настала, него шта она намеће.

РЕФЕРЕНЦЕ (радови истих аутора су на Зенодо и на https://meta-ns.co.rs/)

[1] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорија математичке нужности*. PH-MAT-01-02A-SRB

[2] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорија структурне нужности*. PH-MAT-01-02B-SRB
- https://doi.org/10.5281/zenodo.19763344 • https://doi.org/10.5281/zenodo.19763423

[3] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорија дефиниционог оквира нужности*. PH-MAT-01-02C-SRB

[4] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорија рупа у адитивним системима*. PH-MAT-01-03A-SRB
- https://doi.org/10.5281/zenodo.19763465 • https://doi.org/10.5281/zenodo.20446878

[5] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Рупе као оператори структуре*. PH-MAT-01-03B-SRB

[6] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Теорема о решивости кроз пресликавање*. PH-MAT-01-03C-SRB
- https://doi.org/10.5281/zenodo.20446909 • https://doi.org/10.5281/zenodo.20446926

[7] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Универзални мастер шаблон*. PH-MAT-01-04A-SRB

[8] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Таксономија математичких проблема*. PH-MAT-01-04B-SRB
- https://doi.org/10.5281/zenodo.21452355 • https://doi.org/10.5281/zenodo.21452455

[9] **Бошњак Р. & М. & Д.** (2026). *Универзална методологија – водич*. PH-MAT-01-04C-SRB.
- https://doi.org/10.5281/zenodo.21452491

[10] **Hardy, G. H., & Wright, E. M.** (2008). *An Introduction to the Theory of Numbers.* Oxford University Press.

[11] **Колмогоров, А. Н. (1965).** *Три подхода к определению понятия «количество информации»*. Проблемы передачи информации. 1 (1): 3–11..

[12] **Tao, T., & Vu, V.** (2006). *Additive Combinatorics*. Cambridge University Press.

POST SCRIPTUM

Посматрати слојеве значи научити да видиш исту ствар на различитим нивоима. Ови прости бројеви у декадним интервалима нису исти прости као у модуларним класама – али јесу. Само их посматрамо кроз различите призме. Стратификација није ограничење; она је алат за боље разумевање структуре коју иначе не бисмо видели. Сваки овај слој открива нешто ново о истој старој истини. И тако, док гледамо слој по слој, откривамо да истина није у слојевима — она је у ономе што их повезује. Слој је само прозор. А кроз све прозоре видимо исто небо.

Стратификација нас учи стрпљењу: не гледај целину, гледај део. Али кад сабереш све делове, добијеш више од целине — добијеш смисао.

Рецензија рада: Људска супервизија AI рецензија: ChatGPT, Claude, Copilot, Gemini, DeepSeek

Нови Сад
15.03.2026.

Научни часопис:
„ПОЛИХИСТОР“

Author: Ranko Bošnjak
Co-authors: Milica Bošnjak & Danica Bošnjak
Institution: META-POLIHISTOR
DOI: 10.5281/zenodo.21452730
"POLIHISTOR" N: PH-MAT-01-MBS-SRB
polihistor@meta-ns.co.rs

TYPE S – STRATIFIED NETWORKS

Each layer carries its own laws. When the layers connect, a picture emerges that no single layer could reveal alone.

ABSTRACT

This paper presents a compilation of 10 problems of **Type S** (stratified networks) that can be solved by applying the *Universal Master Template*. For all problems, the same canonical network construction applies, the same structural imperatives (**SP1**-layer, **SP2**-layer) hold, and the same application of Theorem 6.1 is used. The differences are only in the number of layers, the form of conditions per layer, and the asymptotic formula for $\boldsymbol{\mu_n}$. All 10 problems are solved in an identical manner, which confirms the power of the universal methodology. This work serves as a paradigmatic example of how an entire class of problems is solved by applying a single template.

KEYWORDS: stratified networks, hierarchical structure, universal methodology, layered distribution of primes, structural imperatives, Type S

AMS CLASSIFICATION (2020):

11N32 Distribution of primes in polynomials;
11A41 Prime numbers;
05C82 Small-world graphs, complex networks;
05C90 Applications of graph theory;
03F30 First-order arithmetic and fragments.

Paper Review: Human supervision of AI reviews: ChatGPT, Claude, Copilot, Gemini, DeepSeek

Novi Sad
15.03.2026.

Scientific Journal:
"**POLIHISTOR**"