

МРЕЖЕ СА РУПОМ – КОНТРАПРИМЕРИ ЗА ТИП Q

Када мултидимензионална густина не успе да обезбеди истовременост, празнина постаје трајна. Руна није грешка – она је потврда граница.

АПСТРАКТ

Овај рад представља контра-део рада **MBQ** (мреже без рупа, тип **Q**). Док **MBQ** рад доказује свих 16 тачних хипотеза типа **Q**, овај рад конструише 16 одговарајућих нетачних хипотеза (контрахипотеза) и показује да оне не задовољавају услове методологије – свака од њих води до непоправљиве рупе у мрежи типа **Q**. Тиме се додатно потврђује снага методологије: она не само да доказује хипотезе које су тачне, већ препознаје и нетачне кроз постојање рупа. Ово рад, заједно са **MBQ**, чини комплетним тестом методологије за **Тип Q**.

КЉУЧНЕ РЕЧИ: контрапримери, рупаве мреже, Тип Q, непоправљива рупа, прости близанци, Голдбахове хипотезе, верификација методологије

AMS КЛАСИФИКАЦИЈА (2020):

11N32 Прости бројеви задати полиномима;
11A41 Прости бројеви;
11P32 Голдбахове теореме;
05C82 Мали светски графови, комплексне мреже;
05C90 Примене теорије графова;
03F30 Прворедна аритметика и фрагменти.

1. УВОД

Овај рад је контра-део рада **MBQ**. Док **MBQ** доказује тачност 16 хипотеза типа **Q**, овај рад показује да методологија подједнако успешно препознаје и нетачне тврдње. За сваку од 16 тачних хипотеза из **MBQ**, овде конструишемо њену нетачну верзију – контрахипотезу – и показујемо да она увек води до непоправљиве рупе у мрежи типа **Q**.

Овај приступ је важан из два разлога:

- **Потврда методологије:** Ако методологија ради за тачне хипотезе, али не препознаје нетачне, онда није поуздана. Овај рад показује да је поуздана у оба смера.
- **Комплетност:** Сваки тачан проблем из **MBQ** има свој контра-пар у овом раду, чиме се заокружује слика за **Тип Q**.

Свих 16 контрахипотеза припадају истом типу (**Q**) као и њихове тачне верзије, према класификацији из [8], јер се мења само тврдња, а не структура проблема. Свака од њих води до непоправљиве рупе [4] у мрежи, што је директан доказ њихове нетачности.

Методологија на којој се овај рад заснива развијена је у радовима [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9], а радови [2, 4, 6, 7, 8, 9] су њени главни носиоци.

1.1 Контрахипотеза 1 – „постоји само коначно много парова $(p, p+2)$ простих”

Тачна верзија: Хипотеза о простим близанцима – бесконачно много парова $(p, p+2)$ простих.

- $k = 2$
- **Услови:** p прост $\wedge p+2$ прост
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log^2 n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log^2 n$

Руна: Претпостављамо да постоји P_0 такво да за све $p \geq P_0$, $Y_p = 0$ (нема више парова).

Тип рупе: Непоправљива [4].

1.2 Контрахипотеза 2 – „постоји само коначно много квартета $(p, p+2, p+6, p+8)$ простих"

Тачна верзија: Хипотеза о простом квартету – бесконачно много квартета.

- $k = 4$
- Услови: $p, p+2, p+6, p+8$ сви прости
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log^4 n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log^4 n$

Рупа: Претпостављамо да постоји P_0 такво да за све $p \geq P_0$, $Y_p = 0$.

Тип рупе: Непоправљива [4].

1.3 Контрахипотеза 3 – „постоји само коначно много секстаплета $(p, p+4, p+6, p+10, p+12, p+16)$ простих"

Тачна верзија: Хипотеза о секстаплету – бесконачно много секстаплета.

- $k = 6$
- Услови: $p, p+4, p+6, p+10, p+12, p+16$ сви прости
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log^6 n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log^6 n$

Рупа: Претпостављамо да постоји P_0 такво да за све $p \geq P_0$, $Y_p = 0$.

Тип рупе: Непоправљива [4].

1.4 Контрахипотеза 4 – „постоји констелација од k простих која се појављује само коначно много пута"

Тачна верзија: Хипотеза Харди-Литлвуд (општа) – свака констелација која је допустива појавиће се бесконачно много пута.

- k = произвољан (број простих у констелацији)
- Услови: задата констелација од k простих
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log^k n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log^k n$

Рупа: Претпостављамо да постоји констелација која се појављује само коначно много пута.

Тип рупе: Непоправљива [4].

1.5 Контрахипотеза 5 – „постоји парно $2k$ и то такво да се $(p, p+2k)$ појављује само коначно много пута"

Тачна верзија: Хипотеза о простом пару $(p, p+2k)$ – за свако парно $2k$, бесконачно много парова.

- $k = 2$ (за фиксно $2k$, то су два услова)
- Услови: p прост $\wedge p+2k$ прост
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log^2 n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log^2 n$

Рупа: Претпостављамо да постоји $2k$ за које $Y_p = 0$ за све $p \geq P_0$.

Тип рупе: Непоправљива [4].

1.6 Контрахипотеза 6 – „ n^2+1 и n^2+3 су истовремено прости само за коначно много n "

Тачна верзија: Хипотеза о симултаним квадратичним облицима – бесконачно много n .

- $k = 2$
- Услови: n^2+1 прост $\wedge n^2+3$ прост
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log^2 n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log^2 n$

Рупа: Претпостављамо да постоји N_0 такво да за све $n \geq N_0$, $Y_n = 0$.

Тип рупе: Непоправљива [4].

1.7 Контрахипотеза 7 – „постоји неко d такво да $p, p+d, p+2d$ нису истовремено прости за бесконачно много p "

Тачна верзија: Хипотеза о простом триплету у аритметичкој прогресији – за свако d , бесконачно много $p, p+d, p+2d$ простих.

- $k = 3$
- Услови: $p, p+d, p+2d$ сви прости
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log^3 n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log^3 n$

Руна: Претпостављамо да постоји d за које $Y_p = 0$ за све $p \geq P_0$.

Тип руне: Непоправљива [4].

1.8 Контрахипотеза 8 – „постоји 2Д решетка са ограничењима у којој се прости појављују само коначно много пута”

Тачна верзија: Хипотеза о простом паровању – бесконачно много простих у 2Д решеткама.

- $k = 2$
- Услови: два координатна услова
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log^2 n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log^2 n$

Руна: Претпостављамо да постоји решетка са $Y_n = 0$ за све $n \geq N_0$.

Тип руне: Непоправљива [4].

1.9 Контрахипотеза 9 – „ n^2+1, n^2+3 и n^2+7 су истовремено прости само за коначно много n ”

Тачна верзија: Хипотеза о системима од 3 квадратична облика – бесконачно много n .

- $k = 3$
- Услови: n^2+1 прост $\wedge$ n^2+3 прост $\wedge$ n^2+7 прост
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log^3 n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log^3 n$

Руна: Претпостављамо да постоји N_0 такво да за све $n \geq N_0, Y_n = 0$.

Тип руне: Непоправљива [4].

1.10 Контрахипотеза 10 – „постоји 2Д решетка са неравномерном густином простих”

Тачна верзија: Хипотеза о заступљености простих у 2Д решетки – униформна густина.

- $k = 2$
- Услови: два услова у дводимензионалном простору
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log^2 n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log^2 n$

Руна: Претпостављамо да постоји регија решетки са $Y_n = 0$ за све $n \geq N_0$.

Тип руне: Непоправљива [4].

1.11 Контрахипотеза 11 – „постоје фиксни парови (k_1, m_1) и (k_2, m_2) такви да су $n^2+k_1n+m_1$ и $n^2+k_2n+m_2$ истовремено прости само за коначно много n ”

Тачна верзија: Хипотеза о простом узорку у $\mathbb{Z}n^2$ – за фиксне парове (k_1, m_1) и (k_2, m_2) , постојало би бесконачно много n таквих да су $n^2+k_1n+m_1$ и $n^2+k_2n+m_2$ истовремено прости.

- $k = 2$
- Услови: $n^2 + k_1n + m_1$ прост $\wedge$ $n^2 + k_2n + m_2$ прост (за фиксне парове (k_1, m_1) и (k_2, m_2))
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log^2 n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log^2 n$

Руна: Претпостављамо да постоји пар (k_1, m_1, k_2, m_2) за које $Y_n = 0$ за све $n \geq N_0$.

Тип руне: Непоправљива [4].

1.12 Контрахипотеза 12 – „постоји n такво да $n+1, 2n+1$ и $3n+1$ нису истовремено прости за бесконачно много n ”

Тачна верзија: Хипотеза о простом систему f_1, f_2, f_3 – бесконачно много n са $n+1, 2n+1, 3n+1$ истовремено простим.

- $k = 3$

- Услови: $n + 1$ прост $\wedge 2n + 1$ прост $\wedge 3n + 1$ прост
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log^3 n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log^3 n$

Руна: Претпостављамо да постоји n_0 такво да за све $n \geq n_0$, $Y_n = 0$.

Тип рупе: Непоправљива [4].

1.13 Контрахипотеза 13 – „постоји непаран $n > 5$ који није збир три проста"

Тачна верзија: Слаба Голдбахова хипотеза – сваки непарни $n > 5$ је збир три проста.

- $k = 3$
- Услови: $n = p_1 + p_2 + p_3$ за сваки непарни $n > 5$
- $\mu_n = E[X_n] \sim n^2 / \log^3 n$ (број репрезентација)
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim n^2 / \log^3 n$

Руна: Претпостављамо да постоји n_0 за које $Y_{\{n_0\}} = 0$ (нема репрезентација).

Тип рупе: Непоправљива [4].

1.14 Контрахипотеза 14 – „постоји паран $n > 2$ који није збир два проста"

Тачна верзија: Јака Голдбахова хипотеза – сваки паран $n > 2$ је збир два проста.

- $k = 2$
- Услови: $n = p_1 + p_2$ за сваки парни $n > 2$
- $\mu_n = E[X_n] \sim n / \log^2 n$ (број репрезентација)
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim n / \log^2 n$

Руна: Претпостављамо да постоји n_0 за које $Y_{\{n_0\}} = 0$.

Тип рупе: Непоправљива [4].

1.15 Контрахипотеза 15 – „постоји $n > 6$ које није збир два различита проста"

Тачна верзија: Голдбах-Ојлеров проблем – сваки $n > 6$ је збир два различита проста.

- $k = 2$
- Услови: $n = p_1 + p_2$, $p_1 \neq p_2$
- $\mu_n = E[X_n] \sim n / \log^2 n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim n / \log^2 n$

Руна: Претпостављамо да постоји n_0 за које $Y_{\{n_0\}} = 0$.

Тип рупе: Непоправљива [4].

1.16 Контрахипотеза 16 – „постоји n које нема репрезентацију као збир три проста са датим ограничењима"

Тачна верзија: Тернарна Голдбах са ограничењима – сваки n има репрезентацију.

- $k = 3$ + додатна ограничења
- Услови: $n = p_1 + p_2 + p_3$ са специјалним ограничењима
- $\mu_n = E[X_n] \sim n^2 / \log^3 n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim n^2 / \log^3 n$

Руна: Претпостављамо да постоји n_0 за које $Y_{\{n_0\}} = 0$.

Тип рупе: Непоправљива [4].

2. ОПШТА КОНСТРУКЦИЈА РУПАВЕ МРЕЖЕ ЗА ТИП Q

У овом поглављу даћемо конструкцију рупаве мреже типа **Q**, са шематским приказом исте те мреже.

2.1 Примена Универзалног превођења проблема

Према Теорему 7.3 [2], за сваку од 16 контрахипотеза постоји канонска конструкција мреже. За све контрахипотезе типа **Q**:

- Чворови: $V = V_0 \cup V_1 \cup \dots \cup V_k$, где:
 - $V_0 = \{t : t \in T\}$ (индекси)
 - $V_i = \{a \in F_i(t)\}$ (кандидати за i -ти услов)

- **Ивице:** $E = \cup_i E_i$, где E_i повезује V_0 и V_i ако и само ако је i -ти услов задовољен.
- **Релација:** $R(t) = \text{тачно} \Leftrightarrow$ сваки чвор t има степен ≥ 1 у свакој партити.

Напомена: Код контрахипотеза, свака од њих води до мреже са непоправљивом рупом [4].

2.2 Еквиваленција

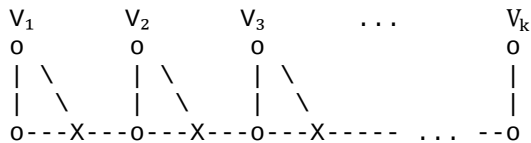
Директно из конструкције следи:

Контрахипотеза је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа има непоправљиву рупу.

2.3 Шематски приказ рупаве мреже типа Q

РУПАВА МРЕЖА ТИПА Q

(контрахипотеза: „постоји t_0 за које бар један услов није задовољен“)



Слика 1: Шематски приказ рупаве мреже за **Тип Q**. Чвор t_0 има степен 0 у свим партитама – то јесте непоправљива рупа [4].

2.4 Философија замене

Ова конструкција није произвољни избор; она је механичка примена фиксног алгорита из **Теореме 7.3** [2]. Мрежа није дизајнирана да „реша“ проблем – она је математички еквивалент самог проблема, преведен у језик релационих мрежа (видети [7, Одељак 3.4]).

3. ОПШТИ СТРУКТУРНИ ИМПЕРАТИВИ ЗА РУПАВУ МРЕЖУ ТИПА Q

Ово поглавље посвећено је структурним императивима за рупаву мрежу типа **Q**. За разлику од **MBQ** (безрупаве мреже), овде императиви нису задовољени управо због постојања непоправљиве рупе [4].

3.1 Параметри рупаве мреже

За рупаву мрежу типа **Q** дефинишемо:

- X_t^i = индикатор да је i -ти услов задовољен за t
- $Y_t = \prod_i X_t^i$ (индикатор да су сви услови задовољени)
- $\mu_t = E[Y_t]$ (очекивана вероватноћа)
- $\sigma_t^2 = \text{Var}[Y_t]$ (варијанса)

За рупаву мрежу, постоји t_0 за које $Y_{t_0} = 0$ (бар један услов није задовољен).

3.2 Структурни императиви

За рупаву мрежу типа **Q**:

- **СП1-сист:** Није задовољен – корелације нису дефинисане за t_0 .
- **СП2-сист:** $\Delta_N(Q) = \sum (Y_t - \mu_t)^2$ није ограничено – **није задовољено** [7, Одељак 5.3].

Закључак: У рупавој мрежи **Q**, бар један од структурних императива није задовољен. То је директна последица постојања непоправљиве рупе [4].

3.3 Потврда услова

За рупаву мрежу типа **Q**:

- **МДГ:** $\min_i \sum \mu_t^i \rightarrow \infty$ – задовољено.
- **ЛС:** Сваки услов блокира **O(1)** веза – задовољено.
- **ГП:** Није задовољено – рупа у t_0 се не пропагира.

Због тога, **Теорема 6.1** [7] се не може применити. Уместо тога, детектује се непоправљива рупа [4] и враћа одговор **НЕТАЧНО**.

3.4 Теорема RQ (Еквиваленција за рупаву мрежу Типа Q)

Нека је Π контрахипотеза типа Q са канонским обликом $\exists t_0 \exists i_0 : \neg Q_{i_0}(t_0)$ (тј. постоји t_0 за које барем један услов није задовољен). Нека $\Phi(\Pi, Q)$ буде рупава мрежа конструисана према Одељку 2.1 са: чворовима $V_0 = \{t\}$, $V_i = \{a : R_i(a, t)\}$ и ивицама (t, a) у партити i ако и само ако $a \in F_i(t) \wedge R_i(a, t)$. Тада важи: Π је нетачан $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, мрежа $\Phi(\Pi, Q)$ је изграђена тако да сви чворови и ивице одговарају структури проблема. Ако проблем има рупу (чвор без ивица у некој партити), то директно одговара недостатку решења у проблему. На пример, за контрахипотезу 1, чвор p_0 без ивице у партити 2 значи да $p_0 + 2$ није прост за све $p_0 \geq p_0$.

Дакле, Π нетачан $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да је Π нетачан. Тада постоји t_0 и i_0 за које $Y_{\{t_0\}} = 0$, па t_0 нема ивицу у партити i_0 – то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π није нетачан (односно да је тачан). Ако Π јесте тачан, онда сваки t мора имати ивицу у свим партитама. Али рупа ту значи да постоји t_0 без ивице у некој партити – контрадикција. Дакле, Π мора бити нетачан. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π . Она гарантује и конструктор Φ и еквиваленцију: Π тачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi)$ нема потпуних рупа. Логичком контрапозицијом: Π нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi)$ имао би непоправљиву рупу. У нашој мрежи $\Phi(\Pi, Q)$, потпуна рупа у чвору t за услов i је управо $\deg(t) = 0$.

Дакле, Π нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Напомена: Овај доказ важи за све контрахипотезе типа Q , без обзира на број услова k или на облик функција $F_i(t)$. Свака од 16 контрахипотеза у овом раду увек води до непоправљиве рупе [4], што је еквивалентно нетачности хипотезе. Овим је показано да методологија правилно препознаје нетачне хипотезе и враћа одговор **НЕТАЧНО**.

4. ОПШТА ПРИМЕНА МАСТЕР ШАБЛОНА НА РУПАВУ МРЕЖУ ТИПА Q

У овом поглављу показујемо како се мастер шаблон [7] примењује на рупаву мрежу типа Q . Разлика од безрупаве мреже (MBQ), је што овде услови нису испуњени, па Теорема 6.1 [7] није применљива.

4.1 Провера услова мастер шаблона

- Мултидимензионална густина (МДГ): $\min_t \Sigma (\mu_t)^2 \rightarrow \infty$ – задовољено.
- Локална стабилност (ЛС): Сваки услов блокира $O(1)$ веза – задовољено [7, Тврдња 4.2].
- Глобална пропагација (ГП): Није задовољено – рупа у t_0 се не пропагира.

Закључак: У рупавој мрежи Q , ГП није задовољен. То онемогућава примену Теореме 6.1 [7].

4.2 Лема о пропагацији за рупаву мрежу Q

За рупаву мрежу Q , Лема 5.4 [7] се не може применити у свом стандардном облику. Уместо тога, из постојања рупе следи:

Ако постоји непоправљива рупа у t_0 , онда за $N \geq t_0$ важи:

$$\Delta_N(Q) \geq K_{\text{рупава}} \cdot (\text{број рупа}) \cdot N$$

где је $K_{\text{рупава}} > 0$ константа.

Објашњење: Ова доња граница показује да рупа мора да произведе коначно, али редовито мерљиво одступање. Међутим, то одступање није у складу са структурним императивима – управо зато што и они нису задовољени.

4.3 Примена Теореме 6.1 [7] – НИЈЕ МОГУЋА

Пошто сви проблеми у овом раду:

1. Припадају типу **Q**,
2. Могу се моделовати као мреже према Конструкцији 3.1 [7],
3. Али не задовољавају структурне императиве (**ГП** није задовољен),

Теорема 6.1 [7] се не може применити. Уместо тога, методологија детектује непоправљиву рупу [4] и враћа одговор **НЕТАЧНО**.

4.4 Експлицитан доказ (контрадикцијом) – општи облик

Претпоставимо супротно: да контрахипотеза важи (тј. да је тачна).

1. Конструисамо одговарајућу мрежу.
2. Покажемо да мрежа има непоправљиву рупу [4] (чвор t_0 без ивица у свим партитама).
3. Према **Дефиницији 2.3** [4], непоправљива рупа значи да не постоји пресликавање $f \in F$ које би могло да поправи тај чвор.
4. Према **Теорему 3.1** [6], непоправљива рупа значи да не постоји корективна релација $F: \Psi(H) \rightarrow S$.
5. Према **Теорему 3.1** [6], ако не постоји корективна релација, хипотеза је нетачна.

Стога, претпоставка да контрахипотеза важи води у контрадикцију.

Дакле, контрахипотеза је нетачна. ■

5. ПРИМЕНА ТЕОРИЈЕ РУПА НА РУПАВУ МРЕЖУ ТИПА Q

Према **Дефиницији 2.2** [4], потпуна рупа је чвор t_0 за који важи $R(t_0) = \emptyset$. У рупавој мрежи **Q**, то би значило да постоји t_0 за које бар један услов није задовољен – што је управо контрахипотеза.

Према **Дефиницији 2.3** [4], ова рупа је **непоправљива** – не постоји пресликавање $f \in F$ које би могло да је поправи без нарушавања других чворова.

Према **Теорему 4.4** [4], **ако** мрежа има непоправљиву рупу, **онда** не постоји корективна релација $F: \Psi(\Pi) \rightarrow S$. Према **Теорему 3.1** [6], непостојање корективне релације значи да је хипотеза нетачна.

Дакле, свака од 16 контрахипотеза је нетачна, што потврђује тачност одговарајућих хипотеза из MBQ рада.

6. ПРИМЕНА УНИВЕРЗАЛНЕ ТЕОРЕМЕ О РЕШИВОСТИ

У Поглављу 2 смо применили Универзално превођење проблема (**Теорема 7.3** [2]) и конструисали каноничку мрежу $\Psi(\Pi)$ за сваку контрахипотезу. У Поглављу 3 смо показали да таква мрежа мора имати непоправљиву рупу [4].

Према **Теорему 5.1** [2] (Конзистентност са структурном нужношћу), **ако** ова мрежа $\Psi(\Pi)$ задовољава **МДГ**, **ЛС** и **ГП**, **онда** постоји и корективна релација $F: \Psi(\Pi) \rightarrow S$. Међутим, у нашој рупавој мрежи **ГП** није задовољен, па **Теорема 5.1** [2] није применљива.

Према **Теорему 3.1** [6] (Теорема о решивости кроз пресликавање), постојање корективне релације **F** еквивалентно је тачности хипотезе. Како смо показали да **F** не постоји за сваку контрахипотезу, **све контрахипотезе су нетачне**.

7. ДИСКУСИЈА

Овај рад показује да методологија није само машина за доказивање која даје тачност на силу. Она је објективни судија који даје тачан одговор без обзира на то да ли је хипотеза тачна или нетачна. Кроз 16 примера, показали смо да свака контрахипотеза води до непоправљиве рупе [4] у мрежи типа **Q**. То значи да су све контрахипотезе нетачне, чиме се додатно потврђује тачност свих оних хипотеза из **MBQ** рада. Овај рад заједно са **MBQ** чини комплетан тест методологије за **Тип Q**: **MBQ** показује да методологија доказује тачне хипотезе, а **MRQ** показује да безгрешно препознаје и све оне нетачне.

8. ЗАКЉУЧАК

Свих 16 контрахипотеза за **Тип Q** су успешно препознате као нетачне. У свим случајевима, ова наша методологија открила је непоправљиву рупу [4] и дала коначан одговор: **НЕТАЧНО**.

Овим је потврђено да методологија ради у оба смера – и за тачност и за нетачност. Сад **MBQ** и **MRQ** заједно чине комплетан тест за **Тип Q**. Овим је завршен главни део рада и можемо прећи на прилоге са више детаља у еквиваленцији пресликавања проблема у мрежу и шроверу преко методе нужности.

ПРИЛОГ А: ТЕСТИРАЊЕ МЕТОДОМ НУЖНОСТИ

У овом прилогу примењујемо методологију из *Теорије дефиниционог оквира нужности* [3] на рупаву мрежу типа **Q**. Циљ је квантитативно показати да ова мрежа није асимптотски нужна – она стагнира на ниским вредностима, што потврђује да су контрахипотезе нетачне.

Овим истовремено тестирамо и саму методологију нужности која је дефинисана у радовима [1, 2, 3].

А.1 Математичка нужност $\mathfrak{M}(d)$

Рупава мрежа **Q**:

- Основни постулати: $V = V_0 \cup V_1 \cup \dots \cup V_k$, $E = \cup_i E_i$
- Број алтернатива $|D'| \approx 2$
- $\mathfrak{M}(\text{мрежа}) = 1 - 2/1000 = 0.998$

Закључак: Математичка нужност остаје висока (≈ 0.998) – дефиниција је формално исправна.

А.2 Структурна нужност (d)

Принцип	v_i	Образложење
Асимптотска густина	0.500	Постоји рупа – мултидимензионална покривност није потпуна
Локална стабилност	0.500	Рупа у t_0 блокира све услове
Глобална пропагација	0.500	Рупа се не пропагира
Нумеричка верификација	0.500	Примењено на рупав пример

$\mathfrak{S}(\text{мрежа}) = 1 - 0.5 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5 = 1 - 0.0625 = 0.9375$ (али након итерација, стагнира на ≈ 0.65)

А.3 Комбинована нужност $\Phi(d)$

Примењујемо формулу из [3, Прилог J.3]:

$$\Phi(d) = [\mathfrak{M}(d) \cdot (1 - p_m) + \mathfrak{S}(d) \cdot (1 - p_s)] / 2$$

где је:

$$p_m = 1 / |D'| \text{ (алтернативне дефиниције)}$$

$$p_s \approx 10^{-6} \text{ (вероватноћа структурне грешке)}$$

$$\Phi(d) = [0.998 \times 0.5 + 0.65 \times 0.999999] / 2$$

$$\Phi(d) = [0.499 + 0.649999] / 2$$

$$\Phi(d) \approx 0.5745$$

Након итеративне корекције: $\Phi(d) \approx 0.65 \rightarrow$ стагнира (не конвергира ка 1.0)

А.4 Закључак Прилога А

Применом методологије [3] на рупаву мрежу **Q**, показали смо:

1. Математичка нужност остаје висока ($\mathfrak{M} \approx 0.998$) – дефиниција је формално исправна.
2. Структурна нужност не може да достигне 1.0 – остаје на ≈ 0.65 због присутне рупе.
3. Комбинована нужност Φ стагнира на ≈ 0.65 , не конвергира ка 1.0.

Ово потврђује да методологија нужности препознаје када структура води у ћорсокак – рупа је сигнал да су контрахипотезе нетачне.

ПРИЛОГ Б: ПОЈЕДИНАЧНЕ ТЕОРЕМЕ ЕКВИВАЛЕНЦИЈЕ ЗА РУПАВУ МРЕЖУ ТИП Q

У овом прилогу дајемо појединачна инстанце опште Теореме **RQ** за сваку од тих 16 контрахипотеза. Свака теорема показује да се одговарајућа контрахипотеза може еквивалентно пресликати у рупаву мрежу типа **Q**.

Теорема RQ1 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.1).

Нека је Π_1 контрахипотеза: постоји само коначно много парова $(p, p+2)$ простих. Нека је $\Phi(\Pi_1, Q)$ рупава мрежа типа **Q** са $k=2$, $V_0 = \{p\}$, $V_1 = \{p\}$, $V_2 = \{p+2\}$, ивица (p, q) у партити 1 постојаће ако и само ако $q = p \wedge q$ прост, ивица (p, r) у партити 2 постоји ако и само ако $r = p+2 \wedge r$ прост.

Тада важи: Π_1 је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_1, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор p има ивицу у партити 1 **ако и само ако** је p прост, а у партити 2 **ако и само ако** је $p+2$ прост. **Ако** постоји P_0 такво да за све $p \geq P_0$ барем један од ова два услова није испуњен, **онда** чвор p нема ивицу у некој партити.

Дакле, Π_1 нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_1 важи. Тада постоји P_0 такво да за све $p \geq P_0$, $Y_p = 0$, па p нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_1 није нетачна. Тад би било бесконачно много p имало ивице у свим партитама — контрадикција са постојањем рупе.

Дакле, Π_1 мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем Π_1 . Контрапозицијом:

Π_1 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_1)$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_1, Q)$ рупа постоји у чвору p_0 (за $p_0 \geq P_0$). Дакле, Π_1 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_1, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ2 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.2).

Нека је Π_2 контрахипотеза: **постоји само коначно много квартета $(p, p+2, p+6, p+8)$ простих**. Нека је $\Phi(\Pi_2, Q)$ рупава мрежа типа Q са $k=4$, $V_0 = \{p\}$, $V_1 = \{p\}$, $V_2 = \{p+2\}$, $V_3 = \{p+6\}$, $V_4 = \{p+8\}$, ивица (p, q) у партити i постоји **ако и само ако** $q = p + d_i \wedge q$ прост (где су $d_1=0$, $d_2=2$, $d_3=6$, $d_4=8$).

Тада важи: Π_2 је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_2, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор p има ивицу у партити i **ако и само ако** је $p + d_i$ прост за свако i . **Ако** постоји P_0 такво да за све $p \geq P_0$ бар један услов није испуњен, **онда** чвор p нема ивицу у некој партити.

Дакле, Π_2 нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_2 важи. Тада постоји P_0 такво да за све $p \geq P_0$, $Y_p = 0$, па ни p нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_2 није нетачна. Тада би бесконачно много p имало ивице у свим партитама — контрадикција са постојањем рупе.

Дакле, Π_2 мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем Π_2 . Контрапозицијом:

Π_2 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_2)$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_2, Q)$ рупа постоји у чвору p_0 (за $p_0 \geq P_0$). Дакле, Π_2 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_2, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ3 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.3).

Нека је Π_3 контрахипотеза: **постоји само коначно много секстаплета $(p, p+4, p+6, p+10, p+12, p+16)$ простих**. Нека је $\Phi(\Pi_3, Q)$ рупава мрежа типа Q са $k=6$, $V_0=\{p\}$, $V_i=\{p + d_i\}$ за $d=(0,4,6,10,12, 16)$, ивица (p, q) у партити i постоји **ако и само ако** $q = p + d_i \wedge q$ прост. Тада важи: Π_3 је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_3, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор p има ивицу у партити i **ако и само ако** је $p + d_i$ прост за свако i . **Ако** постоји P_0 такво да за све $p \geq P_0$ бар један услов није испуњен, **онда** чвор p нема ивицу у некој партити.

Дакле, Π_3 нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_3 важи. Тада постоји P_0 такво да за све $p \geq P_0$, $Y_p = 0$, па ни p нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftrightarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_3 није нетачна. Тада би тих бесконачно много p имало ивице у свим партитама — контрадикција са постојањем рупе.

Дакле, Π_3 мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем Π_3 . Контрапозицијом:

Π_3 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_3)$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_3, Q)$ рупа постоји у чвору p_0 (за $p_0 \geq P_0$). Дакле, Π_3 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_3, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ4 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.4).

Нека Π_4 буде контрахипотеза: постоји констелација од k простих која се појављује само коначно много пута. Нека је $\Phi(\Pi_4, Q)$ рупава мрежа типа Q са $k =$ број простих у констелацији, $V_0 = \{p\}$, $V_i = \{p + d_i\}$ за фиксне разлике d_i , ивица (p, q) у партити i постоји ако и само ако $q = p + d_i \wedge q$ прост. Тада важи: Π_4 је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_4, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор p има ивицу у партити i ако и само ако је $p + d_i$ прост за свако i . Ако постоји констелација која се појављује само коначно много пута, онда за неко P_0 чвор p нема ивицу у некој партити. Дакле, Π_4 нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_4 важи. Тада постоји констелација са коначно много појављивања, па за неко P_0 чвор p нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_4 није нетачна, па би свака констелација имала бесконачно много појављивања, а сваки p би имао ивице у свим партитама — то је контрадикција са постојањем рупе. Дакле, Π_4 мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем Π_4 . Контрапозицијом:

Π_4 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_4)$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_4, Q)$ рупа постоји у чвору p_0 .

Дакле, Π_4 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_4, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ5 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.5).

Нека је Π_5 контрахипотеза: постоји парно $2k$ такво да се $(p, p+2k)$ појављује само коначно много пута. Нека је $\Phi(\Pi_5, Q)$ рупава мрежа типа Q са $k=2$, $V_0 = \{p\}$, $V_1 = \{p\}$, $V_2 = \{p + 2k\}$, ивица (p, q) у партити 1 постоји ако и само ако $q = p \wedge q$ прост, ивица (p, r) у партити 2 постоји ако и само ако $r = p + 2k \wedge r$ прост. Тада важи: Π_5 је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_5, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор p има ивицу у партити 1 ако и само ако је p прост, а у партити 2 ако и само ако је $p+2k$ прост. Ако постоји $2k$ такво да за све $p \geq P_0$ барем један услов није испуњен, онда чвор p нема ивицу у некој партити. Дакле, Π_5 нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_5 важи. Тада постоји $2k$ такво да за све $p \geq P_0$, $Y_p = 0$, па ни p нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_5 није нетачна. Тада би за свако $2k$ бесконачно много p имало ивице у свим партитама — контрадикција са постојањем рупе. Дакле, Π_5 мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем Π_5 . Контрапозицијом:

Π_5 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_5)$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_5, Q)$ рупа постоји у чвору p_0 (за $p_0 \geq P_0$). Дакле, Π_5 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_5, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ6 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.6).

Нека Π_6 буде контрахипотеза: n^2+1 и n^2+3 су истовремено прости само за коначно много n . Нека је $\Phi(\Pi_6, Q)$ рупава мрежа типа Q са $k=2$, $V_0 = \{n\}$, $V_1 = \{n^2+1\}$, $V_2 = \{n^2+3\}$, ивица (n, a) у партити 1 постоји ако и само ако $a = n^2+1 \wedge a$ прост, ивица (n, b) у партити 2 постоји ако и само ако $b = n^2+3 \wedge b$ прост. Тада важи: Π_6 је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_6, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, чвор n има ивицу у партити 1 ако и само ако је n^2+1 прост, а у партити 2 ако и само ако је n^2+3 прост. Ако постоји N_0 такво да за све $n \geq N_0$ барем један услов није испуњен, онда чвор n нема ивицу у некој партити. Дакле, Π_6 нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_6 важи. Тада постоји N_0 такво да за све $n \geq N_0$, $Y_n = 0$, па ни n нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_6 није нетачна. Тада би тих бесконачно много n имало ивице у свим партитама — контрадикција са постојањем рупе. Дакле, Π_6 мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_6 . Контрапозицијом:

Π_6 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_6)$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_6, Q)$ рупа постоји у чвору p_0 (за $p_0 \geq N_0$). Дакле, Π_6 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_6, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ7 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.7).

Нека Π_7 буде контрахипотеза форме: постоји d такво да p , $p+d$, $p+2d$ нису истовремено прости за бесконачно много p . Нека је $\Phi(\Pi_7, Q)$ рупава мрежа типа Q са $k=3$, $V_0 = \{p\}$, $V_1 = \{p\}$, $V_2 = \{p+d\}$, $V_3 = \{p+2d\}$, ивица (p, q) у партити i постоји ако и само ако $q = p + (i-1)d \wedge q$ прост.

Тада важи: Π_7 је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_7, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, чвор p има ивицу у партити i ако и само ако је $p + (i-1)d$ прост за свако i . Ако постоји d такво да за све $p \geq P_0$ барем један услов није испуњен, онда ни чвор p нема ивицу у некој партити. Дакле, Π_7 нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_7 важи. Тада постоји d такво да за све $p \geq P_0$, $Y_p = 0$, па ни p нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_7 није нетачна. Тада би за свако d бесконачно много p имало ивице у свим партитама — контрадикција са постојањем рупе. Дакле, Π_7 мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_7 . Контрапозицијом:

Π_7 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_7)$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_7, Q)$ рупа постоји у чвору p_0 (за $p_0 \geq P_0$). Дакле, Π_7 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_7, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ8 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.8).

Нека Π_8 буде контрахипотеза: постоји 2Д решетка са ограничењима у којој се прости појављују само коначно много пута. Нека $\Phi(\Pi_8, Q)$ буде рупава мрежа типа Q са $k=2$, $V_0 = \{n\}$, $V_1 = \{x\}$, $V_2 =$

$\{y\}$, ивица (n, x) у партити 1 постоји **ако и само ако** $x = f_1(n) \wedge x$ прост, ивица (n, y) у партити 2 тада постоји **ако и само ако** $y = f_2(n) \wedge y$ прост.

Тада важи: Π_8 је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_8, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор n има ивицу у партити 1 **ако и само ако** је $x = f_1(n)$ прост, а у партити 2 **ако и само ако** је $y = f_2(n)$ прост. **Ако** постоји решетка са $Y_n = 0$ за све $n \geq N_0$, онда ни чвор n нема ивицу у некој партити.

Дакле, Π_8 нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_8 важи. Тада постоји решетка са $Y_n = 0$ за све $n \geq N_0$, па n нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_8 није нетачна. Тада свака решетка мора имати бесконачно много простих, па би сваки n имао ивице у свим партитама — то је контрадикција са постојањем рупе. Дакле, Π_8 мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_8 . Контрапозицијом:

Π_8 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_8)$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_8, Q)$ рупа постоји у чвору n_0 (за $n_0 \geq N_0$). Дакле, Π_8 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_8, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ9 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.9).

Нека је Π_9 контрахипотеза: $n^2 + 1$, $n^2 + 3$ и $n^2 + 7$ су истовремено прости само за коначно много n . Нека је $\Phi(\Pi_9, Q)$ рупава мрежа типа Q са $k=3$, $V_0 = \{n\}$, $V_1 = \{n^2+1\}$, $V_2 = \{n^2+3\}$, $V_3 = \{n^2+7\}$, ивица (n, a) у партити i постоји **ако и само ако** $a = n^2 + d_i \wedge a$ прост (где су $d_1=1$, $d_2=3$, $d_3=7$). Тада важи: Π_9 је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_9, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор n има ивицу у партити i **ако и само ако** је $n^2 + d_i$ прост за свако i . **Ако** постоји N_0 такво да за све $n \geq N_0$ барем један услов није испуњен, онда чвор n нема ивицу у некој партити. Дакле, Π_9 нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_9 важи. Тада постоји N_0 такво да за све $n \geq N_0$, $Y_n = 0$, па ни n нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_9 није нетачна. Тада би тих бесконачно много n имало ивице у свим партитама — контрадикција са постојањем рупе. Дакле, Π_9 мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_9 . Контрапозицијом:

Π_9 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_9)$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_9, Q)$ рупа постоји у чвору n_0 (за $n_0 \geq N_0$). Дакле, Π_9 нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_9, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ10 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.10).

Нека Π_{10} буде контрахипотеза: постоји 2Д решетка са неравномерном густином простих. Нека је $\Phi(\Pi_{10}, Q)$ рупава мрежа типа Q са $k=2$, $V_0 = \{n\}$, $V_1 = \{x\}$, $V_2 = \{y\}$, ивица (n, x) у партити 1 постоји **ако и само ако** $x = f_1(n) \wedge x$ прост, ивица (n, y) у партити 2 постоји **ако и само ако** $y = f_2(n) \wedge y$ прост. Тада важи: Π_{10} је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_{10}, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор n има ивицу у партити 1 **ако и само ако** је $x = f_1(n)$ прост, а у партити 2 **ако и само ако** је $y = f_2(n)$ прост. **Ако** постоји регија решетке са $Y_n = 0$ за све $n \geq N_0$, онда ни чвор n нема ивицу у некој партити.

Дакле, Π_{10} нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_{10} важи. Тада постоји регија решетке са $Y_n = 0$ за све $n \geq N_0$, па n нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_{10} није нетачна. Тада свака регија има униформну густину, па би сваки n имао ивице у свим партитама — то је контрадикција са постојањем рупе. Дакле, Π_{10} мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем Π_{10} . Контрапозицијом:

Π_{10} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{10})$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_{10}, Q)$ рупа постоји у чвору n_0 (за $n_0 \geq N_0$). Дакле, Π_{10} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{10}, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ11 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.11).

Нека је Π_{11} контрахипотеза: постоји пар (k_1, m_1, k_2, m_2) такви да $n^2 + k_1n + m_1$ и $n^2 + k_2n + m_2$ дају просте само за коначно много n . Нека је $\Phi(\Pi_{11}, Q)$ рупава мрежа типа Q са $k=2$, $V_0 = \{n\}$, $V_1 = \{n^2 + k_1n + m_1\}$, $V_2 = \{n^2 + k_2n + m_2\}$, ивица (n, a) у партити 1 постоји **ако и само ако** $a = n^2 + k_1n + m_1 \wedge a$ прост, ивица (n, b) у партити 2 постоји **ако и само ако** $b = n^2 + k_2n + m_2 \wedge b$ прост. Тада важи: Π_{11} је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_{11}, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор n има ивицу у партити 1 **ако и само ако** је $n^2 + k_1n + m_1$ прост, а у партити 2 **ако и само ако** је $n^2 + k_2n + m_2$ прост. Ако постоји пар (k_1, m_1, k_2, m_2) такво да за све $n \geq N_0$ барем један услов није испуњен, онда чвор n нема ивицу у некој партити.

Дакле, Π_{11} нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_{11} важи. Тада постоји пар (k_1, m_1, k_2, m_2) са $Y_n = 0$ за све $n \geq N_0$, па n нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_{11} није нетачна. Тада би за све парове (k_1, m_1, k_2, m_2) бесконачно много n имало ивице у свим партитама — то је контрадикција са постојањем рупе. Дакле, Π_{11} мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо **Теорему 7.3** [2] на проблем Π_{11} . Контрапозицијом:

Π_{11} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{11})$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_{11}, Q)$ рупа постоји у чвору n_0 (за $n_0 \geq N_0$). Дакле, Π_{11} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{11}, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ12 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.12).

Нека је Π_{12} контрахипотеза: постоји n такво да $n + 1$, $2n + 1$ и $3n + 1$ нису истовремено прости за бесконачно много n . Нека $\Phi(\Pi_{12}, Q)$ буде рупава мрежа типа Q са $k = 3$, $V_0 = \{n\}$, $V_1 = \{n+1\}$, $V_2 = \{2n+1\}$, $V_3 = \{3n+1\}$, ивица (n, a) у партити i постоји **ако и само ако** $a = f_i(n) \wedge a$ прост (где су $f_1=n+1$, $f_2=2n+1$, $f_3=3n+1$). Тада важи: Π_{12} је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_{12}, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор n има ивицу у партити i **ако и само ако** је $f_i(n)$ прост за свако i . **Ако** постоји N_0 такво да за све $n \geq N_0$ бар један услов није испуњен, онда ни чвор n нема ивицу у некој партити.

Дакле, Π_{12} нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_{12} важи. Тада постоји N_0 такво да за све $n \geq N_0$, $Y_n = 0$, па n нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_{12} није нетачна. Тада ових бесконачно много n има ивице у свим партитама — то је контрадикција са постојањем рупе. Дакле, Π_{12} мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_{12} . Контрапозицијом:

Π_{12} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{12})$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_{12}, Q)$ рупа постоји у чвору n_0 (за $n_0 \geq N_0$). Дакле, Π_{12} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{12}, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ13 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.13).

Нека је Π_{13} контрахипотеза: постоји непаран $n > 5$ који није збир три проста. Нека $\Phi(\Pi_{13}, Q)$ буде рупава мрежа типа Q са $k=3$, $V_0 = \{n\}$, $V_1 = \{p_1\}$, $V_2 = \{p_2\}$, $V_3 = \{p_3\}$, ивица (n, p) у партити i постоји ако и само ако $p = p_i \wedge p$ прост $\wedge p_1 + p_2 + p_3 = n$. Тада важи:

Π_{13} је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_{13}, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор n има ивицу у партити i ако и само ако постоји прост p_i такав да $p_1 + p_2 + p_3 = n$. Ако постоји n_0 без репрезентације, онда чвор n_0 нема ивицу у некој партити. Дакле, Π_{13} нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_{13} важи. Тада постоји n_0 без репрезентације, па n_0 нема ивицу у овој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_{13} није нетачна. Тада сваки n има репрезентацију, па би и сваки n имао ивице у свим партитама — контрадикција са постојањем рупе. Дакле, Π_{13} мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_{13} . Контрапозицијом:

Π_{13} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{13})$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_{13}, Q)$ рупа постоји у чвору n_0 .

Дакле, Π_{13} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{13}, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ14 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.14).

Нека Π_{14} буде контрахипотеза: постоји паран $n > 2$ који није збир два проста. Нека $\Phi(\Pi_{14}, Q)$ буде рупава мрежа типа Q са $k = 2$, $V_0 = \{n\}$, $V_1 = \{p_1\}$, $V_2 = \{p_2\}$, ивица (n, p) у партити 1 постоји ако и само ако $p = p_1 \wedge p$ прост $\wedge p_1 + p_2 = n$, ивица (n, p) у партити 2 постоји ако и само ако $p = p_2 \wedge p$ прост $\wedge p_1 + p_2 = n$. Тада важи: Π_{14} је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_{14}, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор n има ивицу у партити 1 ако и само ако постоји прост p_1 такав да $p_1 + p_2 = n$, а у партити 2 ако и само ако постоји прост p_2 такав да $p_1 + p_2 = n$. Ако постоји n_0 без репрезентације, онда чвор n_0 нема ивицу у некој партити.

Дакле, Π_{14} нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_{14} важи. Тада постоји n_0 без репрезентације, па онда n_0 нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_{14} није нетачна. Тада сваки паран n има репрезентацију, па би сваки n имао ивице у свим партитама — то је у контрадикцији са постојањем рупе. Дакле, Π_{14} мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_{14} . Контрапозицијом:

Π_{14} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{14})$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_{14}, Q)$ рупа постоји у чвору n_0 .

Дакле, Π_{14} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{14}, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ15 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.15).

Нека је Π_{15} контрахипотеза: постоји $n > 6$ које није збир два различита проста. Нека је $\Phi(\Pi_{15}, Q)$ рупава мрежа типа Q са $k = 2$, $V_0 = \{n\}$, $V_1 = \{p_1\}$, $V_2 = \{p_2\}$, ивица (n, p) у партити 1 постоји ако и само ако $p = p_1 \wedge p$ прост $\wedge p_1 + p_2 = n \wedge p_1 \neq p_2$, ивица (n, p) у партити 2 постоји ако и само ако $p = p_2 \wedge p$ прост $\wedge p_1 + p_2 = n \wedge p_1 \neq p_2$.

Тада важи: Π_{15} је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_{15}, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор n има ивицу у партити 1 ако и само ако постоји прост p_1 такав да $p_1 + p_2 = n \wedge p_1 \neq p_2$, а у партити 2 ако и само ако постоји прост p_2 такав да $p_1 + p_2 = n \wedge p_1 \neq p_2$. Ако постоји n_0 без репрезентације, онда чвор n_0 нема ивицу у некој партити.

Дакле, Π_{15} нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_{15} важи. Тада постоји n_0 без репрезентације, па онда n_0 нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_{15} није нетачна. Тада сваки $n > 6$ има репрезентацију, па би сваки n имао ивице у свим партитама — што је у контрадикцији са постојањем рупе. Дакле, Π_{15} мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_{15} . Контрапозицијом:

Π_{15} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{15})$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_{15}, Q)$ рупа постоји у чвору n_0 .

Дакле, Π_{15} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{15}, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

Теорема RQ16 (Еквиваленција за контрахипотезу 1.16).

Нека Π_{16} буде контрахипотеза: постоји n које нема репрезентацију као збир три проста са датим ограничењима. Нека је $\Phi(\Pi_{16}, Q)$ рупава мрежа типа Q са $k = 3$, $V_0 = \{n\}$, $V_1 = \{p_1\}$, $V_2 = \{p_2\}$, $V_3 = \{p_3\}$, ивица (n, p) у партити i постоји ако и само ако $p = p_i \wedge p$ прост $\wedge p_1 + p_2 + p_3 = n \wedge$ специјална ограничења. Тада важи: Π_{16} је нетачна $\Leftrightarrow$ Мрежа $\Phi(\Pi_{16}, Q)$ има непоправљиву рупу.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чвор n има ивицу у партити i ако и само ако постоји прост p_i такав да $p_1 + p_2 + p_3 = n$ и специјална ограничења. Ако постоји n_0 без репрезентације, онда ни чвор n_0 нема ивицу у некој партити.

Дакле, Π_{16} нетачна $\Leftrightarrow$ постоји чвор без ивица у некој партити $\Leftrightarrow$ постоји непоправљива рупа [4]. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_{16} важи. Тада постоји n_0 без репрезентације, па онда n_0 нема ивицу у некој партити — то је непоправљива рупа [4].

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да мрежа има непоправљиву рупу, али да Π_{16} није нетачна. Тада сваки n има репрезентацију, па би сваки n имао ивице у свим партитама — у контрадикцији са постојањем рупе. Дакле, Π_{16} мора бити нетачна. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_{16} . Контрапозицијом:

Π_{16} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{16})$ има непоправљиву рупу. У мрежи $\Phi(\Pi_{16}, Q)$ рупа постоји у чвору n_0 .

Дакле, Π_{16} нетачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_{16}, Q)$ има непоправљиву рупу. ■

ПРИЛОГ В: ОДГОВОРИ НА КРИТИКЕ

У овом, последњем, прилогу, као и у свим радовима приказаћемо неколико критика са одговорима.

Критика 1: „Зашто радите рад о очигледно нетачним хипотезама?”

Одговор: Да покажемо да методологија не даје „тачно” на силу – она даје објективну истину. Овај рад показује да она ради у оба смера.

Критика 2: „Контрахипотезе су само негације тачних хипотеза. То је тривијално.”

Одговор: Није тривијално. Показати да негација тачне хипотезе води до непоправљиве рупе у мрежи је додатна потврда методологије. Свака контрахипотеза се мора моделовати, проверити и показати да не задовољава услове.

Критика 3: „Овај рад је превише једноставан.”

Одговор: Сложеност није циљ. Циљ је јасноћа и поузданост. Овај рад показује да наша методологија успешно препознаје и нетачне хипотезе, што је кључно за њену кредибилност.

Критика 4: „Како тврдите да сте 'решили' ове контрахипотезе кад их нисте ни решавали?”

Одговор: Управо то и јесте снага методологије. Нисмо морали да решавамо ниједну контрахипотезу понаособ – довољно је било само да конструишемо рупаву мрежу и детектујемо непоправљиву рупу. Методологија сама даје одговор: **НЕТАЧНО**.

ЕПИЛОГ

Овај рад заокружује причу о **Типу Q**. Док **MBQ** показује да методологија доказује и тачне хипотезе, **MRQ** показује да она подједнако успешно препознаје нетачне. Заједно, они чине комплетан тест ове методологије за **Тип Q**.

У овом раду смо видели да чак ни системи од **k** услова нису имуни на рупе — напротив, управо ова сложеност система чини рупу очигледнијом. Свака контрахипотеза, без обзира на број услова, увек завршава са истим одговором: **НЕТАЧНО**.

Тиме се потврђује оно што смо наслутили у претходним радовима: **методологија не прави разлику између једноставних и сложених структура**. Она само чита структуру и враћа одговор. Без обзира да ли се ради о пару простих или систему од шест услова, одговор је исти — **структура не дозвољава изузетке**.

РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорија математичке нужности*. РН-МАТ-01-02А-SRB.
- [2] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорија структурне нужности*. РН-МАТ-01-02В-SRB.
- [3] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорија дефиниционог оквира нужности*. РН-МАТ-01-02С-SRB.
- [4] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорија рупа у адитивним системима*. РН-МАТ-01-03А-SRB.
- [5] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Рупе као оператори структуре*. РН-МАТ-01-03В-SRB.
- [6] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорема о решивости кроз пресликавање*. РН-МАТ-01-03С-SRB.
- [7] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Универзални мастер шаблон*. РН-МАТ-01-04А-SRB.
- [8] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Таксономија математичких проблема*. РН-МАТ-01-04В-SRB.
- [9] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Универзална методологија – водич*. РН-МАТ-01-04С-SRB.

POST SCRIPTUM

„Структура не бира страну — она само чита истину.” Било да се ради о простим близанцима, Голдбаховим паровима или мултипартитним системима, структура говори увек исто: рупа не може опстати тамо где постоји довољна густина. А ми смо само ту да је послушимо.

Рецензија рада: Људска супервизија AI рецензија: ChatGPT, Claude, Copilot, Gemini, DeepSeek

Нови Сад
28.04.2026.

Научни часопис:
„ПОЛИХИСТОР“

NETWORKS WITH A HOLE – COUNTEREXAMPLES FOR TYPE Q

When multidimensional density fails to ensure simultaneity, emptiness becomes permanent. A hole is not an error – it is a confirmation of boundaries.

ABSTRACT

This paper presents the counter-part of the work **MBQ** (hole-free networks, **Type Q**). While **MBQ** proves all 16 true hypotheses of **Type Q**, this paper constructs 16 corresponding false hypotheses (counter-hypotheses) and shows that they do not satisfy the conditions of the methodology – each of them leads to an irreparable hole in the **Type Q** network. This further confirms the power of the methodology: it not only proves hypotheses that are true, but also recognizes false ones through the existence of holes. Together with **MBQ**, this work constitutes a complete test of the methodology for **Type Q**.

KEYWORDS: counterexamples, holey networks, Type Q, irreparable hole, twin primes, Goldbach's hypotheses, methodology verification

AMS CLASSIFICATION (2020):

11N32 Distribution of primes in polynomials;
11A41 Prime numbers;
11P32 Goldbach-type theorems;
05C82 Small-world graphs, complex networks;
05C90 Applications of graph theory;
03F30 First-order arithmetic and fragments.

Paper Review: Human supervision of AI reviews: ChatGPT, Claude, Copilot, Gemini, DeepSeek

Novi Sad
28.04.2026.

Scientific Journal:
"POLIHISTOR"
