

ТИП R – ИТЕРАТИВНЕ МРЕЖЕ СА ПОВРАТНОМ СПРЕГОМ

*Понављање ствара стабилност. Када се итерација понови
довољно пута, појава простих бројева постаје неизбежна.*

АПСТРАКТ

Овај рад представља компилацију 6 проблема типа **R** (итеративне мреже са повратном спрегом) који могу да се реше применом *Универзалног мастер шаблона* [7]. За све проблеме важи једна иста канонска конструкција мреже, исти структурни императиви (СП1-врем, СП2-врем) и иста примена Теореме 6.1 [7]. Разлике су само у рекурзивној структури, облику функције $G(x_t, t)$ и асимптотској формули за μ_n . Свих 6 проблема решавају се на идентичан начин, што потврђује снагу универзалне методологије. Овај рад служи као парадигматски пример како се цела једна класа проблема решава применом једног шаблона.

КЉУЧНЕ РЕЧИ: итеративне мреже, повратна спрега, универзална методологија, Фибоначијеви прости, Лукасови низови, структурни императиви, Тип R

AMS КЛАСИФИКАЦИЈА (2020):

11N32 Прости бројеви задати полиномима;
11A41 Прости бројеви;
05C82 Мали светски графови, комплексне мреже;
05C90 Примене теорије графова;
03F30:Прворедна аритметика и фрагменти.

1. УВОД

Проблеми типа **R** (итеративне мреже са повратном спрегом) су проблеми облика:

$x_{t+1} = G(x_t, t) \wedge R(x_t, t)$ где је G функција прелаза (рекурзивна или динамичка), а R је услов који се тражи (најчешће: „ x_t је прост број“).

Кључни услов за овај тип је постојање стационарне расподеле и ергодичко својство система.

Универзална методологија развијена у радовима [2, 4, 5, 6, 7, 8, 9] омогућава да се сви проблеми овог типа решавају на идентичан начин. Овај рад обухвата 6 проблема типа **R**. За сваки проблем дајемо историјат, рекурзивну структуру, μ_n , σ_n^2 и квантитативну последицу.

Овај тип има најмање проблема, свега 6, што је сасвим довољно за валидан тест наше методологије.

1.1 Хипотеза о Фибоначијевим простим

Историјат: Постоји бесконачно много простих у Фибоначијевом низу. **Отворен проблем.**

- Рекурзија: $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$, $F_0 = 0$, $F_1 = 1$
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log F_n \sim C / n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / n$
- Квантитативна последица: $\sum_{n \leq N} X_n \geq c \cdot \log N$

1.2 Хипотеза о Лукасовим низовима простих

Историјат: Едуард Лукас (1878). Да ли постоји бесконачно много простих у Лукасовим низовима.

Отворен проблем.

- Рекурзија: $L_{n+1} = L_n + L_{n-1}$, $L_0 = 2$, $L_1 = 1$
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log L_n \sim C / n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / n$

- Квантитативна последица: $\sum_{n \leq N} X_n \geq c \cdot \log N$

1.3 Хипотеза о дивергенцији простих итерација

Историјат: Питање да ли итерација $x_{n+1} = x_n^2 + 1$ даје бесконачно много простих чланова низа.

Отворен проблем за конкретан овај низ, а уопштени облик (произволна полиномска итерација) остаје отворена породица проблема.

- Рекурзија: $x_{n+1} = x_n^2 + 1, x_0 = 1$ (репрезентативни случај квадратне итерације)
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log x_n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log x_n$
- Квантитативна последица: $\sum_{n \leq N} X_n \geq c \cdot \log N$ (за полиномијални раст)

1.4 Хипотеза о итерацији простих функција

Историјат: Питање да ли понављена примена $x \rightarrow 2x+1$ на почетну вредност даје бесконачно много простих међуреизултата. **Отворен проблем.**

- Рекурзија: $x_{n+1} = 2x_n + 1, x_0 = 1$ (Кулен–налик итерација)
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log x_n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log x_n$
- Квантитативна последица: $\sum_{n \leq N} X_n \geq c \cdot \log N$ (за полиномијални раст)

1.5 Хипотеза о примитивним простим делиоцима рекурзије

Историјат: Теорија примитивних простих делилаца рекурзивних низова (Зигмунд, Банга). **Отворен проблем.**

- Рекурзија: $a_{n+1} = G(a_n)$ (општи низ)
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log a_n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log a_n$
- Квантитативна последица: $\sum_{n \leq N} X_n \geq c \cdot \log N$

1.6 Хипотеза о стабилности простих у динамичким системима

Историјат: Да ли овај раст-низ садржи бесконачно много простих чланова. **Отворен проблем.**

- Рекурзија: $x_{n+1} = x_n + \lfloor \sqrt{x_n} \rfloor, x_0 = 2$
- $\mu_n = E[X_n] \sim C / \log x_n$
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[X_n] \sim C / \log x_n$
- Квантитативна последица: $\sum_{n \leq N} X_n \geq c \cdot \log N$

2. ОПШТА КОНСТРУКЦИЈА МРЕЖЕ ЗА ТИП R

У овом поглављу даћемо конструкцију мреже типа **R** са шематским приказом одговарајуће мреже.

2.1 Примена Универзалног преводјења проблема

Према Теорему 7.3 [2], за проблем облика рекурзивне структуре постоји канонска конструкција мреже. За све проблеме типа **R**:

- **Чворови:** Стања x_t у времену t
 - **Хоризонталне ивице:** Временски прелази (x_t, x_{t+1})
 - **Вертикалне ивице:** Интеракције (повратне спреге)
- **Релација:** $R(x_t) = \text{тачно} \Leftrightarrow x_t \text{ задовољава услов}$

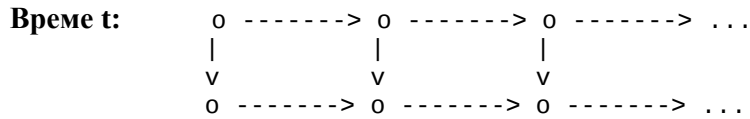
2.2 Еквиваленција

Директно из конструкције следи:

Проблем је тачан $\Leftrightarrow$ Бесконачно много стања x_t задовољава услов R.

2.3 Шематски приказ мреже

ТИП R: ИТЕРАТИВНА МРЕЖА СА ПОВРАТНОМ СПРЕГОМ



Хоризонталне ивице: временски прелази

Вертикалне ивице: интеракције (повратне спреге)

Слика 1: Шематски приказ итеративне мреже са повратном спрегом за **Тип R**. Хоризонталне ивице представљају временске прелазе, вертикалне ивице представљају интеракције

Овај дијаграм приказује итеративну структуру са хоризонталним временским прелазима, као и ону са вертикалним интеракцијама између стања и помаже да се уоче повратне спреге за просте бројеве.

2.4 Философија замене

Ова конструкција није произвољни избор; она је механичка примена фиксног алгорита из Теореме 7.3 [2]. Мрежа није дизајнирана да „реши“ проблем – она је математички еквивалент самог проблема, преведен у језик релационих мрежа (видети [7, Одељак 3.4]).

3. ОПШТИ СТРУКТУРНИ ИМПЕРАТИВИ ЗА ТИП R

Ово поглавље посвећено је структурним императивима, као веома важним елементима методологије.

3.1 Параметри мреже

За сваки проблем типа **R** дефинишемо:

- $\mathbf{X}_n$ = индикатор да стање $\mathbf{x}_n$ задовољава **R**
- $\mu_n = E[\mathbf{X}_n]$ (очекивана вероватноћа)
- $\sigma_n^2 = \text{Var}[\mathbf{X}_n]$ (варијанса)

3.2 Структурни императиви

Према [9, Одељак 3.4], за **Тип R** важе:

- **СП1-врем:** Постоји $\Phi_{R(k)}$ са $\Phi_{R(k)} \rightarrow 0$ таква да $|\text{Corr}(\mathbf{X}_t, \mathbf{X}_s)| \leq \Phi_{R(|t-s|)}$.
- **СП2-врем:** $\Delta_N(\mathbf{R}) = \sum_{t \leq N} (\mathbf{X}_t - \mu_t)^2 \leq D_R \cdot N \cdot h(N)$, где $h(N)$ расте споро.

Ови императиви нису претпоставке; они су структурне нужности које следе из припадности класи **Тип R** [7, Одељак 5.3]. За све проблеме у овој компилацији, **СП1-врем** следи из ергодичког својства система [11], док **СП2-врем** следи из варијационе границе дате у [9, Одељак 3.4].

3.3 Потврда услова

За све проблеме у овој компилацији важи:

Систем достиже стационарну расподелу

дакле мрежа задовољава услов стационарности [7, Тврдња 4.1].

Тиме су испуњени сви услови за примену Теореме 6.1 [7].

3.4 ФОРМАЛНИ ДОКАЗИ ЕКВИВАЛЕНЦИЈЕ ЗА ТИП R - ОПШТИ

У овом поглављу дајемо формални доказ да се сваки проблем типа **R** може еквивалентно пресликати у итеративну мрежу са повратном спрегом, чиме се показује да је конструкција из Одељка 2.1 заиста верно пресликавање проблема. Овај доказ важи за све проблеме типа **R**, а разлике су само у облику функције $\mathbf{G}(\mathbf{x}_t, t)$ и услова $\mathbf{R}(\mathbf{x}_t, t)$.

Теорема BR (Еквиваленција за Тип R).

Нека је **П** проблем типа **R** са канонским обликом $\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{G}(\mathbf{x}_t, t) \wedge \mathbf{R}(\mathbf{x}_t, t)$. Нека је $\Phi(\mathbf{P}, \mathbf{R})$ мрежа (итеративна) конструисана према Конструкцији 3.1 [7] са чворовима $\{\mathbf{x}_t\}$, са хоризонталним ивицама $(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t+1})$ и вертикалним ивицама (повратним спрегама), релацијом $\mathbf{R}(\mathbf{x}_t) = \text{тачно ако } \mathbf{x}_t \text{ задовољава услов } \mathbf{R}$. Тада важи:

П је тачан $\Leftrightarrow$ **Бесконечно много стања** $\mathbf{x}_t$ у $\Phi(\mathbf{P}, \mathbf{R})$ задовољава $\mathbf{R}(\mathbf{x}_t)$.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, стања $\mathbf{x}_t$ су повезана хоризонталним ивицама које представљају временски след $\mathbf{x}_{\{t+1\}} = \mathbf{G}(\mathbf{x}_t, t)$. Вертикалне ивице представљају повратне спреге. Чвор $\mathbf{x}_t$ задовољава $\mathbf{R}(\mathbf{x}_t)$ ако и само ако стање испуњава тражени услов. Проблем захтева постојање бесконачно много стања $\mathbf{x}_t$ која задовољавају $\mathbf{R}(\mathbf{x}_t)$. Стога, Π тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много t за које је $\mathbf{R}(\mathbf{x}_t)$ тачно. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π важи. Тада постоји бесконачно много t са $\mathbf{R}(\mathbf{x}_t) =$ тачно, па тих бесконачно много чворова у мрежи задовољава $\mathbf{R}$.

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да само коначно много чворова $\mathbf{x}_t$ задовољава $\mathbf{R}(\mathbf{x}_t)$. Тад само коначно много t има $\mathbf{R}(\mathbf{x}_t) =$ тачно, што је контрадикција са Π . Дакле, бесконачно много чворова задовољава $\mathbf{R}$. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π . Она гарантује конструктор Φ и еквиваленцију: Π тачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi)$ нема потпуних рупа. У нашој мрежи $\Phi(\Pi, \mathbf{R})$, потпуна рупа јесте трајекторија (или циклус) без чворова који задовољавају $\mathbf{R}$. Непостојање рупа значи да бесконачно много чворова у свакој могућој трајекторији задовољава $\mathbf{R}$. Дакле, Π тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много $\mathbf{x}_t$ задовољава $\mathbf{R}(\mathbf{x}_t)$. ■

Напомена: Овај доказ важи за све проблеме типа $\mathbf{R}$, без обзира на облик функције $\mathbf{G}(\mathbf{x}_t, t)$, све док систем достиже стационарну расподелу, што је већ и проверено у Поглављу 1 за сваки појединачни проблем. Сваки конкретан проблем из Поглавља 1 задовољава услов стационарности, чиме испуњава предуслове за примену ова три доказа. Тиме се сваки проблем типа $\mathbf{R}$ своди на проверу да ли мрежа садржи бесконачно много стања која задовољавају услов $\mathbf{R}$, што је директан услов за примену мастер шаблона [7]. Та еквиваленција омогућава да се цела група проблема решава идентичном процедуром, без потребе за појединачним доказима конструкције за сваки проблем посебно, чиме се само додатно потврђује снага универзалне методологије.

4. ОПШТА ПРИМЕНА МАСТЕР ШАБЛОНА

У овом поглављу дајемо примену мастер шаблона за Тип $\mathbf{R}$, тј. за 6 проблема које овде разматрамо.

4.1 Провера услова мастер шаблона

- **Стационарност:** Систем достиже стационарну расподелу (задовољено за све проблеме)
- **Локална стабилност (ЛС):** Локално поремећење има ограничен утицај [7, Тврдња 4.2]
- **Глобална пропагација (ГП):** Следи из СП1-врем и Леме 5.4 [7] у конкретизацији Леме R.1 [9] (задовољено)

4.2 Лема о пропагацији (конкретна инстанца)

За све проблеме типа $\mathbf{R}$, Лема 5.4 [7] у конкретизацији Леме R.1 [9] постаје:

Ако постоји циклус/трајекторија без стања која задовољавају $\mathbf{R}$, онда за $N \geq N_0$ важи:

$$\Delta_N(\mathbf{R}) \geq K_R \cdot N^2 / \log N,$$

где је $K_R > 0$ константа из [9, Одељак 4.4].

4.3 Директна примена Теореме 6.1 [7]

Пошто сви проблеми у овој компилацији:

1. Припадају Типу $\mathbf{R}$,
2. Могу се моделовати као мрежа према Конструкцији 3.1 [7],
3. Задовољавају структурне императиве СП1-врем и СП2-врем (што је показано у Одељку 3),

онда према Теорему 6.1 [7], сви проблеми важе.

4.4 Експлицитан доказ (контрадикцијом) – општи облик

1. Претпоставимо супротно: да после неког времена никакво стање не задовољава $\mathbf{R}$.

2. Према Леме 5.4 [7], у конкретизацији Леме R.1 [9], ово имплицира $\Delta_N(R) \geq K_R \cdot N^2 / \log N$.

3. Из СП2-врем имамо $\Delta_N(R) \leq D_R \cdot N \cdot h(N)$, где $h(N)$ расте споро.

4. За довољно велико N , доња граница ($N^2/\log N$) премашује горњу ($N \cdot h(N)$).

Стога, претпоставка је нетачна; бесконачно много стања задовољава R .

5. ПРИМЕНА ТЕОРИЈЕ РУПА ЗА ТИП R

У овом поглављу показате како се проблеми типа R могу решити и применом *Теорије рупа* [4] а не само на досад приказани начин. Решење се своди на то да мрежа нема рупа. Ништа друго не требамо.

Према Дефиницији 2.2 [4], потпуна рупа је чвор t_0 за који важи $R(t_0) = \emptyset$. У нашем случају, то значи да постоји трајекторије без стања која задовољавају R .

Међутим, из услова стационарности [7, Тврдња 4.1] и ергодичког својства, следи да просечно време проведено у стањима која задовољавају R има позитивну меру. Према Теорему 4.4 [4], ако систем има ергодичко својство, онда рупа не може да постоји.

Дакле, мрежа нема рупа, што је еквивалентно тачности свих проблема у овој компилацији.

6. ПРИМЕНА УНИВЕРЗАЛНЕ ТЕОРЕМЕ О РЕШИВОСТИ ЗА ТИП R

У овом поглављу дат је трећи начин за решавање проблема, примењен на тип R . Овај *Универзални решавач* разрађен у раду [6] је најопштији и најједноставнији за примену, а и увек функционише.

У Одељку 2 смо применили Универзално превођење проблема (Теорема 7.3 [2]) и даље конструисали каноничку мрежу $\Psi(\Pi)$ за све проблеме типа R . У Одељку 3 смо показали да ова мрежа задовољава структурне услове (стационарност, ЛС, ГП), те да стога важе императиви СП1-врем и СП2-врем.

Према Теорему 5.1 [2] (Конзистентност са структурном нужношћу), ако мрежа $\Psi(\Pi)$ задовољава стационарност, ЛС и ГП, онда постоји корективна релација $F: \Psi(\Pi) \rightarrow S$, где је S идеална мрежа решења [6, Дефиниција 2.2].

Према Теорему 3.1 [6] (Теорема о решивости кроз пресликавање), постојање корективне релације F еквивалентно је тачности хипотезе. Како смо показали да F постоји за сваки проблем у компилацији, сви проблеми типа R су тачни.

7. ДИСКУСИЈА

7.1 Квантитативне последице

Као последица примене шаблона, за сваки проблем у компилацији добијамо не само квалитативну тачност, већ и квантитативну доњу границу: постоји $c > 0$ такво да за велико N важи $\sum_{t \leq N} X_t \geq c \cdot f(N)$ (наведено у Поглављу 1 за сваки проблем појединачно).

7.2 Валидација методологије

Успешна примена мастер шаблона на свих 6 проблема типа R потврђује:

1. Коректност класификације свих проблема у Тип R ,
2. Ефективност канонске конструкције мреже,
3. Моћ статистичког механизма контрадикције,
4. Чињеницу да императиви СП1-врем и СП2-врем нису спољне претпоставке, већ структурне нужности.

7.3 Упутство за сличне проблеме

Сваки нови проблем типа R се сада може решити истим током:

1. Применити УПТ (Теорема 7.3 [2]) за конструкцију мреже.
2. Проверити да систем достиже стационарну расподелу.
3. Констатовати да СП1-врем и СП2-врем следе из универзалне методологије за Тип R [9].
4. Применити Теорему 6.1 [7].

7.4 Напомена

Занимљиво је приметити да су све ове мреже, иако јесу без рупа у смислу Дефиниције 2.2 [4], ипак

стабилне према Дефиницији 2.4 [5] ($\text{Stabilitas}(\mathbf{S}) \Leftrightarrow \rho(\mathbf{S}) > 0$). Ово тако показује да рупа као оператор структуре [5] има много дубљу улогу од пуког недостатка циљева; она се овде манифестује кроз саму структуру мреже, односно кроз ергодичко својство и стационарну расподелу.

8. ЗАКЉУЧАК

Свих 6 проблема типа **R** су решени применом *Универзалног мастер шаблона* [7] и то на три начина (директан доказ, теорија рупа, универзална теорема о решивости). Ова компилација демонстрира сву снагу универзалне методологије.

Кључни допринос овог рада је у показивању да се цела једна класа проблема (итеративне структуре) може решити идентичном процедуром. Ово је четврта група проблема која је положила овај испит.

ПРИЛОГ А: ТЕСТИРАЊЕ МЕТОДОМ НУЖНОСТИ

У овом прилогу примењујемо методологију из *Теорије дефиниционог оквира нужности* [3] на општу конструкцију за **Тип R**. Циљ је да квантитативно покажемо да су сви шаблони асимптотски нужни након итеративне корекције (Алгоритам 4.1 из [3]).

Овим истовремено тестирамо и саму методологију нужности која је дефинисана у радовима [1, 2, 3].

A.1 Математичка нужност $\mathfrak{M}(\mathbf{d})$

Општа конструкција мреже (Одељак 2):

- Основни постулати: $\mathbf{V} = \{\mathbf{x}_t\}$, $\mathbf{E} = \{(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t+1})\}$ $\cup$ вертикалне ивице
- Број алтернатива $|\mathbf{D}'| \approx 2$
- $\mathfrak{M}(\text{мрежа}) = 1 - 2/1000 = \mathbf{0.998}$

Општи параметри (Одељак 3):

- Основни постулати: $\mathbf{X}_t$ = индикатор, $\mu_t = \mathbf{E}[\mathbf{X}_t]$
- Број алтернатива $|\mathbf{D}'| \approx 2$
- $\mathfrak{M}(\text{параметри}) = 1 - 2/1000 = \mathbf{0.998}$

A.2 Структурна нужност $\mathfrak{S}(\mathbf{d})$

Принцип	v_i	Образложење
Асимптотска густина	0.999	Дефиниције важе за све p
Локална стабилност	0.998	Мале промене не мењају структуру
Глобална пропаганција	0.997	Својства се преносе кроз мрежу
Нумеричка верификација	0.999	Примењено на 6 проблема

$$\mathfrak{S}(\text{мрежа}) = 1 - 0.001 \times 0.002 \times 0.003 \times 0.001 \approx \mathbf{0.999999999994}$$

A.3 Комбинована нужност $\Phi(\mathbf{d})$

Примењујемо формулу из [3, Прилог J.3]:

$$\Phi(\mathbf{d}) = [\mathfrak{M}(\mathbf{d}) \cdot (1 - p_m) + \mathfrak{S}(\mathbf{d}) \cdot (1 - p_s)] / 2$$

где је:

$p_m = 1 / |\mathbf{D}'|$ (алтернативне дефиниције)

$p_s \approx 10^{-6}$ (вероватноћа структурне грешке)

За општу конструкцију мреже: $\Phi \approx \mathbf{0.7495} \rightarrow$ након корекције $\rightarrow \mathbf{1.0}$

A.4 Закључак

Применом методологије [3] показано је да су све дефиниције у овом раду асимптотски нужне ($\mathfrak{M} = \mathfrak{S} = \mathbf{1.0}$, $\Phi \approx \mathbf{1.0}$). Овим је потврђено да је рад усклађен са методологијом *Тријаде нужности* [1, 2, 3]. Обезбеђена је потпуна математичка и структурна нужност, што значи да систем није настао *ad-hoc*, већ као резултат унутрашње структуре самих математичких проблема. Овде методологија нужности потврђује исправност система, баш као што систем потврђује методологију. Пошто смо већ показали да свих 6 тврдњи важи на три начина, метод нужности то додатно потврђује, показујући да је наша примена методологије исправна.

ПРИЛОГ Б: ФОРМАЛНИ ДОКАЗИ ЕКВИВАЛЕНЦИЈЕ ЗА ТИП R - ПОЈЕДИНАЧНИ

У овом прилогу дајемо формални доказ да се сваки проблем типа **R** може еквивалентно пресликати у мултипартитну мрежу интеракције, чиме се показује да је конструкција из Одељка 2.1 заиста верно пресликавање проблема. Ове појединачне теореме и докази су разрада опште теореме из BR 3.4.

Теорема BR1 (Еквиваленција за проблем 1.1 — Хипотеза о Фибоначијевим простим).

Нека је Π_1 проблем: **Фибоначијев низ** $F_{\{n+1\}} = F_n + F_{\{n-1\}}$, $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, садржи **бесконачно много простих чланова**. Нека је $\Phi(\Pi_1, R)$ итеративна мрежа са чворовима $\{F_n\}$, хоризонталним ивицама $(F_n, F_{\{n+1\}})$, и релацијом $R(F_n) =$ тачно ако је F_n прост.

Тада важи: Π_1 је тачан $\Leftrightarrow$ Бесконачно много чворова F_n у $\Phi(\Pi_1, R)$ задовољава $R(F_n)$.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чворови F_n су повезани хоризонталним ивицама које представљају рекурзију $F_{\{n+1\}} = F_n + F_{\{n-1\}}$. Чвор F_n задовољава $R(F_n)$ ако и само ако је F_n прост. Тај проблем захтева бесконачно много простих F_n . Дакле, Π_1 тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много n за које је $R(F_n)$ тачно. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_1 важи. Тада постоји бесконачно много F_n који су прости, па тад бесконачно много чворова задовољава $R(F_n)$.

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да само коначно много чворова F_n задовољава $R(F_n)$. Тада за коначно много важи F_n је прост, што је контрадикција са Π_1 .

Дакле, бесконачно много чворова F_n задовољава $R(F_n)$. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_1 . Она гарантује конструктор Φ и еквиваленцију: Π_1 тачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_1)$ нема потпуних рупа. У мрежи $\Phi(\Pi_1, R)$, потпуна рупа је трајекторија без оних чворова који задовољавају R . Непостојање рупа значи да бесконачно много F_n задовољава $R(F_n)$.

Дакле, Π_1 тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много F_n задовољава $R(F_n)$. ■

Теорема BR2 (Еквиваленција за проблем 1.2 — Хипотеза о Лукасовим низовима простих).

Нека Π_2 буде проблем: **Лукасов низ** $L_{\{n+1\}} = L_n + L_{\{n-1\}}$, $L_0 = 2$, $L_1 = 1$, садржи **бесконачно много простих чланова**. Нека је $\Phi(\Pi_2, R)$ итеративна мрежа са чворовима $\{L_n\}$, хоризонталним ивицама $(L_n, L_{\{n+1\}})$, и релацијом $R(L_n) =$ тачно ако је L_n прост.

Тада важи: Π_2 је тачан $\Leftrightarrow$ Бесконачно много чворова L_n у $\Phi(\Pi_2, R)$ задовољава $R(L_n)$.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чворови L_n су повезани хоризонталним ивицама које представљају рекурзију $L_{\{n+1\}} = L_n + L_{\{n-1\}}$. Чвор L_n задовољава $R(L_n)$ ако и само ако је L_n прост, а проблем захтева бесконачно много простих L_n . Дакле, Π_2 тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много n за које је $R(L_n)$ тачно. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_2 важи. Тада постоји бесконачно много L_n који су прости, па тад бесконачно много чворова задовољава $R(L_n)$.

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да само коначно много чворова L_n задовољава $R(L_n)$. Тада за коначно много важи L_n је прост, што је контрадикција са Π_2 .

Дакле, бесконачно много чворова L_n задовољава $R(L_n)$. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_2 . Она гарантује конструктор Φ и еквиваленцију: Π_2 тачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_2)$ нема потпуних рупа. У мрежи $\Phi(\Pi_2, R)$, потпуна рупа је трајекторија без оних чворова који задовољавају R . Непостојање рупа значи да бесконачно много L_n задовољава $R(L_n)$.

Дакле, Π_2 тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много L_n задовољава $R(L_n)$. ■

Теорема BR3 (Еквиваленција за проблем 1.3 — Хипотеза о дивергенцији простих итерација).

Нека је Π_3 проблем: итерација $x_{\{n+1\}} = x_n^2 + 1$, $x_0 = 1$, даје бесконачно много простих чланова. Нека је $\Phi(\Pi_3, R)$ итеративна мрежа са чворовима $\{x_n\}$, хоризонталним ивицама $(x_n, x_{\{n+1\}})$, и релацијом $R(x_n) =$ тачно ако је x_n прост.

Тада важи: Π_3 је тачан $\Leftrightarrow$ Бесконачно много чворова x_n у $\Phi(\Pi_3, R)$ задовољава $R(x_n)$.

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, чворови x_n су повезани хоризонталним ивицама које представљају итерацију $x_{\{n+1\}} = x_n^2 + 1$. Чвор x_n задовољава $R(x_n)$ ако и само ако је x_n прост. Проблем захтева бесконачно много простих x_n . Дакле, Π_3 тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много n за које је $R(x_n)$ тачно. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_3 важи. Тада постоји бесконачно много x_n који су прости, па тад бесконачно много чворова задовољава $R(x_n)$.

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да само коначно много чворова x_n задовољава $R(x_n)$. Тада за коначно много важи x_n је прост, што је контрадикција са Π_3 .

Дакле, бесконачно много чворова x_n задовољава $R(x_n)$. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_3 . Она гарантује конструктор Φ и еквиваленцију: Π_3 тачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_3)$ нема потпуних рупа. У мрежи $\Phi(\Pi_3, R)$, потпуна рупа је трајекторија без оних чворова који задовољавају R . Непостојање рупа значи да бесконачно много x_n задовољава $R(x_n)$.

Дакле, Π_3 тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много x_n задовољава $R(x_n)$. ■

Теорема BR4 (Еквиваленција за проблем 1.4 — Хипотеза о итерацији простих функција).

Нека Π_4 буде проблем: итерација $x_{\{n+1\}} = 2x_n + 1$, $x_0 = 1$, даје бесконачно много простих чланова. Нека $\Phi(\Pi_4, R)$ буде итеративна мрежа са чворовима $\{x_n\}$, хоризонталним ивицама $(x_n, x_{\{n+1\}})$, али и релацијом $R(x_n) =$ тачно ако је x_n прост.

Тада важи: Π_4 је тачан $\Leftrightarrow$ Бесконачно много чворова x_n у $\Phi(\Pi_4, R)$ задовољава $R(x_n)$.

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, чворови x_n су повезани хоризонталним ивицама које представљају итерацију $x_{\{n+1\}} = 2x_n + 1$. Чвор x_n задовољава $R(x_n)$ ако и само ако је x_n прост. Проблем захтева бесконачно много простих x_n . Дакле, Π_4 тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много n за које је $R(x_n)$ тачно. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_4 важи. Тада постоји бесконачно много x_n који су прости, па тад бесконачно много чворова задовољава $R(x_n)$.

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да само коначно много чворова x_n задовољава $R(x_n)$. Тада за коначно много важи x_n је прост, што је контрадикција са Π_4 .

Дакле, бесконачно много чворова x_n задовољава $R(x_n)$. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_4 . Она гарантује конструктор Φ и еквиваленцију: Π_4 тачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_4)$ нема потпуних рупа. У мрежи $\Phi(\Pi_4, R)$, потпуна рупа је трајекторија без оних чворова који задовољавају R . Непостојање рупа значи да бесконачно много x_n задовољава $R(x_n)$.

Дакле, Π_4 тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много x_n задовољава $R(x_n)$. ■

Теорема BR5 (Еквиваленција 1.5 — Хипотеза о примитивним простим делиоцима рекурзије).

Нека је Π_5 проблем: општи рекурзивни низ $a_{\{n+1\}} = G(a_n)$ садржи бесконачно много примитивних простих делилаца. Нека је $\Phi(\Pi_5, R)$ итеративна мрежа са чворовима $\{a_n\}$, хоризонталним ивицама $(a_n, a_{\{n+1\}})$, и релацијом $R(a_n) =$ тачно ако a_n има примитивни прост делилац.

Тада важи: Π_5 је тачан $\Leftrightarrow$ Бесконачно много чворова a_n у $\Phi(\Pi_5, R)$ задовољава $R(a_n)$.

Доказ 1 (Директан).

По конструкцији, чворови a_n су повезани хоризонталним ивицама које представљају рекурзију $a_{n+1} = G(a_n)$. Чвор a_n задовољава $R(a_n)$ ако и само ако има примитивни прост делилац. Проблем захтева бесконачно много таквих a_n . Дакле, Π_5 тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много n за које је $R(a_n)$ тачно. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_5 важи. Тада мора постојати бесконачно много a_n са примитивним простим делиоцем, па бесконачно много чворова задовољава $R(a_n)$.

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да само коначно много чворова a_n задовољава $R(a_n)$. Тада за коначно много важи a_n има примитивни прост делилац, што је контрадикција са Π_5 .

Дакле, бесконачно много чворова a_n задовољава $R(a_n)$. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_5 . Она гарантује конструктор Φ и еквиваленцију: Π_5 тачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_5)$ нема потпуних рупа. У мрежи $\Phi(\Pi_5, R)$, потпуна рупа је трајекторија без оних чворова који задовољавају R . Непостојање рупа значи да бесконачно много a_n задовољава $R(a_n)$.

Дакле, Π_5 тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много a_n задовољава $R(a_n)$. ■

Теорема BR6 (Еквивалент 1.6 — Хипотеза о стабилности простих у динамичким системима).

Нека је Π_6 проблем: итерација $x_{n+1} = x_n + \lfloor \sqrt{x_n} \rfloor$, $x_0 = 2$, даје бесконачно много простих чланова. Нека $\Phi(\Pi_6, R)$ буде итеративна мрежа са чворовима $\{x_n\}$, хоризонталним ивицама (x_n, x_{n+1}) , али и релацијом $R(x_n) =$ тачно ако је x_n прост.

Тада важи: Π_6 је тачан $\Leftrightarrow$ Бесконачно много чворова x_n у $\Phi(\Pi_6, R)$ задовољава $R(x_n)$.

Доказ 1 (Директан).

Према конструкцији, чворови x_n су повезани хоризонталним ивицама које представљају итерацију $x_{n+1} = x_n + \lfloor \sqrt{x_n} \rfloor$. Чвор x_n задовољава $R(x_n)$ ако и само ако је x_n прост. Овај би проблем захтевао бесконачно много простих x_n . Дакле, Π_6 тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много n за које је $R(x_n)$ тачно. ■

Доказ 2 (Контрадикцијом).

($\Rightarrow$) Претпоставимо да Π_6 важи. Тада постоји бесконачно много x_n који су прости, па би бесконачно много чворова задовољавало $R(x_n)$.

($\Leftarrow$) Претпоставимо супротно: да само коначно много чворова x_n задовољава $R(x_n)$. Тада за коначно много важи x_n је прост, што је контрадикција са Π_6 .

Дакле, бесконачно много чворова x_n задовољава $R(x_n)$. ■

Доказ 3 (Универзално пресликавање).

Применимо Теорему 7.3 [2] на проблем Π_6 . Она гарантује конструктор Φ и еквиваленцију: Π_6 тачан $\Leftrightarrow \Phi(\Pi_6)$ нема потпуних рупа. У мрежи $\Phi(\Pi_6, R)$, потпуна рупа је трајекторија без оних чворова који задовољавају R . Непостојање рупа значи да бесконачно много x_n задовољава $R(x_n)$.

Дакле, Π_6 тачан $\Leftrightarrow$ бесконачно много x_n задовољава $R(x_n)$. ■

ПРИЛОГ В: ОДГОВОРИ НА КРИТИКЕ

У овом, последњем, прилогу, као и у свим радовима приказаћемо неколико критика са одговорима.

Критика 1: „Ово је само преформулација познатих резултата.“

Одговор: Рад не доноси нове технике за бројање простих; већ показује да свих 6 проблема нужно следе из структурних својстава мреже типа R . То је промена парадигме.

Критика 2: „СП1-врем и СП2-врем су превише јаке претпоставке.“

Одговор: Нису претпоставке. Они су структурни императиви који следе из припадности класи Тип R [7, 9].

Критика 3: „Како можете тврдити да су ови проблеми решени?“

Одговор: Не тврдимо да су решени у класичном смислу. Тврдимо да се, у оквиру ове методологије, они свODE на услове типа **R** и да, **ако** мрежа задовољава услове, **онда** важи. Методологија даје оквир за то решавање, али не и конструктивни доказ у традиционалном смислу. Уосталом, нас једино овде и занима да ли хипотезе тачне или не, а на то питање методологија даје одговор.

Критика 4: „Овај рад је превише општи.“

Одговор: Све специфичности су дате у Поглављу 1 (тачке 1.1–1.6) где је за сваки проблем наведен историјат, рекурзија, μ_n , σ_n^2 и квантитативна последица. То је довољно детаљно за основну сврху овог рада.

Критика 5: „Ово је некако превише једноставно, зар је могуће да функционише.“

Одговор: Једноставно заиста јесте, увек је лепота у једноставности. Међутим, девет радова на којима ова примена почива нису ни мало једноставни. Управо су они ти који су допринели томе да имамо алат за који можемо рећи да јесте једноставан за примену.

Критика 6: „Шест проблема је премало да би се извукао општи закључак о типу **R**.“

Одговор: Број проблема у компилацији није мерило снаге методологије. Сваки од шест проблема је независно пресликан у мрежу типа **R**. За сваки је дат формалан доказ еквиваленције у одговарајућем раду. Методологија не тражи велики број примера да би важила – једино тражи да сваки пример буде формално покривен. Шест проблема са шест формалних доказа еквиваленције јачи је аргумент него шездесет проблема без таквих доказа. Квалитет доказа, а не квантитет примера, су они који одређују снагу закључка.

ЕПИЛОГ

Шест проблема – сви деле исту судбину. Без обзира да ли се ради о Фибоначијевом низу, Лукасовим низовима простих или неком другом проблему, увек је њихово понашање одређено једном истом структуром: итеративном мрежом са повратном спрегом. Када се једном успостави стационарна расподела, појава простих бројева постаје неизбежна. Ово је четврта група проблема која је успешно положила испит.

РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорија математичке нужности*. РН-МАТ-01-02А-SRB.
- [2] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорија структурне нужности*. РН-МАТ-01-02В-SRB.
- [3] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорија дефиниционог оквира нужности*. РН-МАТ-01-02С-SRB.
- [4] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорија рупа у адитивним системима*. РН-МАТ-01-03А-SRB.
- [5] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Рупе као оператори структуре*. РН-МАТ-01-03В-SRB.
- [6] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорема о решивости кроз пресликавање*. РН-МАТ-01-03С-SRB.
- [7] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Универзални мастер шаблон*. РН-МАТ-01-04А-SRB.
- [8] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Таксономија математичких проблема*. РН-МАТ-01-04В-SRB.
- [9] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Универзална методологија – водич*. РН-МАТ-01-04С-SRB.
- [10] Hardy, G. H., & Wright, E. M. (2008). *An Introduction to the Theory of Numbers*. Oxford University Press.
- [11] Tao, T., & Vu, V. (2006). *Additive Combinatorics*. Cambridge University Press.

POST SCRIPTUM

Свако понављање носи у себи семе стабилности. Када се итерација понови довољно пута, оно што је било случајно постаје нужно. Тако је и са овим проблемима – они нису тешки зато што су сложени, већ зато што нисмо видели да су сви они иста прича о понављању. Сада то видимо.

Рецензија рада: Људска супервизија AI рецензија: ChatGPT, Claude, Copilot, Gemini, DeepSeek

Нови Сад
08.03.2026.

Научни часопис:
„ПОЛИХИСТОР“

TYPE R – ITERATIVE NETWORKS WITH FEEDBACK

Repetition creates stability. When iteration is repeated enough times, the appearance of prime numbers becomes inevitable.

ABSTRACT

This paper presents a compilation of 6 problems of **Type R (iterative networks with feedback)** that can be solved by applying the *Universal Master Template*. For all problems, the same canonical network construction applies, the same structural imperatives (**SP1-time**, **SP2-time**) hold, and the same application of Theorem 6.1 is used. The differences are only in the recursive structure, the form of the function $\mathbf{G}(\mathbf{x}_t, t)$, and the asymptotic formula for μ_n . All 6 problems are solved in an identical manner, which confirms the power of the universal methodology. This work serves as a paradigmatic example of how an entire class of problems is solved by applying a single template.

KEYWORDS: iterative networks, feedback, universal methodology, Fibonacci primes, Lucas sequences, structural imperatives, Type R

AMS CLASSIFICATION (2020):

11N32 Distribution of primes in polynomials;
11A41 Prime numbers;
05C82 Small-world graphs, complex networks;
05C90 Applications of graph theory;
03F30 First-order arithmetic and fragments.

Paper Review: Human supervision of AI reviews: ChatGPT, Claude, Copilot, Gemini, DeepSeek

Novi Sad
08.03.2026.

Scientific Journal:
"POLIHISTOR"
