

## УНИВЕРЗАЛНА МЕТОДОЛОГИЈА – ВОДИЧ

*Структура није нешто што имамо; то је оно што јесмо. Математика је језик којим то изговарамо.*

### АПСТРАКТ

Овај рад представља практични водич и комплетан скуп доказних шаблона за сваки од ових 8 типова релационих мрежа дефинисаних у *Мастер шаблону* [7]. За све типове (**L, P, Q, R, S, T, U, V**) дајемо: канонски облик проблема, специфичну конструкцију мреже, експлицитне формулације структурних императива **СП1** и **СП2**, лему о пропагацији и коначан доказни механизам. Ти шаблони су директно применљиви на 112 проблема из *Таксономије математичких проблема* [8]. Овај рад ће послужити као непосредни алат за генерисање ригорозних доказа за било који проблем који је класификован у универзалној методологији.

**КЉУЧНЕ РЕЧИ:** Универзална методологија, доказни шаблони, типови мрежа, практични водич, структурни императиви, релационе мреже

### AMS КЛАСИФИКАЦИЈА (2020):

03F03 Теорија доказа и конструктивна математика – Општа теорија доказа;  
68T20 Решавање проблема у вештачкој интелигенцији – Хеуристичке методе;  
05C90 Примене теорије графова;  
11Y16 Алгоритми за теорију бројева – Сложеност;  
00A35 Методологија и философија математике.

### 1. УВОД - ВЕЗА СА МАСТЕР ШАБЛОНОМ

Овај рад је директни практични компањон *Универзалног мастер шаблона* (даље МШ [7]). Док МШ дефинише теоријски оквир и таксономију, овај рад пружа **конкретне, спремне за употребу доказне шаблоне** за сваки од 8 типова мрежа (**L, P, Q, R, S, T, U, V**).

Сврха је да сваки истраживач, након што проблем класификује према *Таксономији* [8], лако може директно применити одговарајући шаблон из овог рада, попунити га специфичним параметрима проблема и добити ригорозан доказ. Сви дати концепти (структурна нужност, императиви **СП1/СП2**, петокорак методологија) су дефинисани у МШ [7]. Овде их само операционализујемо по типовима, да би допринели једноставности и практичности употребе предложене методологије. Основни циљ је унификација приступа проблемима различитог типа, онолико колико је то могуће за сваки проблем.

### 2. РЕЗИМЕ УНИВЕРЗАЛНЕ ПЕТОКОРАК СТРУКТУРЕ

У овом кратком поглављу дајемо структуру доласка до решења и доказа тачности из само пет корака.

Сваки доказ следи пет корака (изведених из МШ [7], одељак 6.1):

- Формализација и класификација:** Проблем **P** изразити у канонском облику и одредити тип  $\tau \in \{L, P, Q, R, S, T, U, V\}$ .
- Конструкција мреже:** Изградити релациону мрежу  $\Phi(P, \tau)$  према специфичној конструкцији.
- Структурна анализа:** Показати да  $\Phi$  задовољава услове критичне сложености (**КС**), локалне стабилности (**ЛС**) и глобалне пропагације (**ГП**) (поглавље 2. у [2]).
- Статистички оквир:** Дефинисати променљиве  $X_t, \mu_t$  и констатовати да ли важе структурни императиви **СП1** и **СП2** за тип  $\tau$  (као последица теорије [7]).
- Доказ контрадикцијом:** Претпоставити неважење тог проблема, применити тип-специфичну Лему о пропагацији, супротставити са **СП2** и извући контрадикцију.

### 3. ТИПОВИ МРЕЖА

У овом поглављу приказатићемо 8 типова мрежа са елементима конструкције, структурним условима и са статистичким оквиром.

---

#### 3.1 ТИП L (Бипартитне мреже високе густине)

Канонски облик:  $\forall t \in T, \exists a \in F(t)$  такво да  $R(a, t)$ .

Пример из [8]: Лежандрова претпоставка (интервал  $(n^2, (n+1)^2)$  садржи прост број).

А. Конструкција мреже:

- $V_1 = \{S(t) : t \in T\}$  (скупови),  $V_2 = \{a : a \in \cup F(t)\}$  (кандидати).
- Ивица  $(S(t), a)$  постоји ако и само ако  $a \in F(t) \wedge R(a, t) = \text{тачно}$ .

Б. Структурни услови:

- КС:  $\mu_t = E[|\{a \in F(t) : R(a, t)\}|] \rightarrow \infty$ .
- ЛС: Рупа у  $t_0$  (нема  $a$ ) блокира највише  $|F(t_0)|$  веза.
- ГП: Пропагација Лемом L.1.

В. Статистички оквир:

- $X_t$  = број објеката у  $F(t)$  који задовољавају  $R$ .
- СП1(L): Постоји  $C > 0$ :  $|\text{Corr}(X_t, X_s)| \leq C / |t-s|$  за  $|t-s| > \log^2 t$ .
- СП2(L):  $\Delta_N(L) = \sum_{\{t \leq N\}} (X_t - \mu_t)^2 \leq D_L \cdot (\sum_{\{t \leq N\}} \mu_t)$ .

---

#### 3.2 ТИП P (Бипартитне мреже акумулативне масе)

Канонски облик:  $\exists \infty t \in T : R(f(t), t)$ .

Пример из [8]: Полињанацова претпоставка ( $n^2+1$  је прост за бесконачно много  $n$ ).

А. Конструкција:

- $V_1 = \{t \in T\}$ ,  $V_2 = \{f(t)\}$ .
- Ивица  $(t, f(t))$  постоји ако и само ако  $R(f(t), t) = \text{тачно}$ .

Б. Структурни услови:

- КС:  $\sum \mu_t = \infty$  (акумулативна маса).
- ЛС: Један  $t$  даје највише једну ивицу.
- ГП: Пропагација кроз аритметичке прогресије.

В. Статистички оквир:

- $X_t$  = индикатор да  $R(f(t), t)$  важи.  $\mu_t = P(R)$ .
- СП1(P) (квадратичка корелација):  $|\text{Corr}(X_t, X_s)| \leq C_P / \sqrt{|t-s|}$ .
- СП2(P):  $\Delta_N(P) = \sum_{\{t \leq N\}} (X_t - \mu_t)^2 \leq D_P \cdot (N / \log N)$ .

---

#### 3.3 ТИП Q (Мултипартитне мреже интеракције)

Канонски облик: Систем од  $k$  услова:  $\bigwedge_{i=1}^k [Q_i(t) \Rightarrow \exists a \in F_i(t) : R_i(a, t)]$ .

Пример из [8]: Хипотеза простих близанаца (бесконачно много парова  $(p, p+2)$  простих).

А. Конструкција:

- $k+1$  партита:  $V_0 = \{t\}$ ,  $V_i = \{\text{кандидати за } i\text{-ти услов}\}$ .
- Ивице између  $V_0$  и  $V_i$  за сваки услов.

Б. Структурни услови:

- КС: Балансирана мултидимензионална густина:  $\min_i \sum \mu_t^i \rightarrow \infty$ .
- ЛС: Нарушење система блокира  $O(1)$  веза по услову.
- ГП: Синхронизована пропагација.

В. Статистички оквир:

- $Y_t = \prod_{i=1}^k X_t^i$  (индикатор да сви услови важе).
- СП1(Q): Корелације опадају као  $1/(\log |t-s|)^{k-1}$ .
- СП2(Q):  $\Delta_N(Q) \leq D_Q \cdot N / (\log N)^{2k-1}$ .

---

#### 3.4 ТИП R (Итеративне мреже са повратном спрегом)

Канонски облик: Рекурзивна/динамичка структура:  $x_{\{t+1\}} = G(x_t, t)$ , са условом  $R(x_t, t)$ .

**Пример из [8]:** Хипотеза о Фибоначијевим простим бројевима (бесконечно много простих бројева у Фибоначијевом низу).

**А. Конструкција:**

- Чворови: стања  $x_t$  у времену  $t$ .
- Усмерене ивице:  $(x_t, x_{t+1})$  за свако  $t$ .
- Додатне ивице за спрегу (повратне везе).

**Б. Структурни услови:**

- **КС:** Систем достиже стационарну расподелу.
- **ЛС:** Локално поремећење има ограничен утицај.
- **ГП:** Ергодишко својство – локални дефект пропагира кроз цео систем.

**В. Статистички оквир:**

- $X_t$  = индикатор да стање  $x_t$  задовољава **R**.
- **СП1(R):** Временска корелација опада:  $|\text{Corr}(X_t, X_s)| \leq \varphi_R(|t-s|)$ ,  $\varphi_R \rightarrow 0$ .
- **СП2(R):**  $\Delta_N(R) \leq D_R \cdot N \cdot h(N)$ , где  $h(N)$  расте споро.

---

### 3.5 ТИП S (Стратификоване мреже)

**Канонски облик:** Хијерархијска структура:  $T = \sqcup_{\{i\}} T_i$ , са различитим ограничењима по слоју.

**Пример из [8]:** Хипотеза о простим по слојевима величине.

**А. Конструкција:**

- Партите за сваки слој  $i$ :  $V_i$  = чворови слоја  $i$ .
- Ивице унутар слоја и између слојева према хијерархијским правилима.

**Б. Структурни услови:**

- **КС:** Сваки слој има довољну густину.
- **ЛС:** Нарушење у слоју  $i$  ограничено на тај слој.
- **ГП:** Пропагација од слоја до слоја кроз везе.

**В. Статистички оквир:**

- $X_t^i$  = мера задовољења у слоју  $i$ , параметар  $t$ .
- **СП1(S):** Корелације опадају како растојање (у простору слојева) расте.
- **СП2(S):**  $\Delta_N(S) \leq D_S \cdot \Sigma_{\{\text{слојеви}\}}(\text{мера слоја})$ .

---

### 3.6 ТИП Т (Тополошко-комбинаторне мреже)

**Канонски облик:** Проблеми покривања, бојења, распореда у графовима/тополошким структурама.

**Пример из [8]:** Хипотеза о покривању интервала простим (сваки интервал дужине **M** мора садржати прост број).

**А. Конструкција:**

- Чворови: елементи просторе (нпр. бројеви, тачке).
- Ивице: везе према комбинаторним/тополошким правилима (суседство, преклапање).

**Б. Структурни услови:**

- **КС:** Граф има високу минималну густину.
- **ЛС:** Локално премештање не мења глобална својства.
- **ГП:** Својство покривности – рупа ствара веће непокривено подручје.

**В. Статистички оквир:**

- $X_A$  = индикатор да регија **A** покривена/обојена исправно.
- **СП1(T):** Просторна корелација опада са растојањем.
- **СП2(T):** Укупна варијација ограничења са површином/запремином регије.

---

### 3.7 ТИП U (Униформно-дистрибутивне мреже)

**Канонски облик:** Услови униформне расподеле, равнотеже, минималне варијације.

**Пример из [8]:** Риманова хипотеза (нуле  $\zeta$ -функције имају  $\text{Re}(s)=1/2$ ).

**А. Конструкција:**

- Чворови: интервали/регије у простору параметара.
- Тежинске ивице: тежине = густина/вероватноћа.

**Б. Структурни услови:**

- **КС:** Просечна густина конвергира ка позитивној константи.

- **ЛС:** Локална флуктуација ограниченог утицаја.
- **ГП:** Велико одступање од униформности изазива мерљиве таласе.

#### **В. Статистички оквир:**

- $X_I$  = мера густине у интервалу  $I$ .  $\mu_I$  = очекивана густина.
- **СП1(U):** Независност за удаљене интервале.
- **СП2(U):**  $\Delta_N(U) \leq D_U \cdot N / \log N$ .

### **3.8 ТИП V (Хибридне мреже)**

Овде није у питању један тип мреже већ двојне комбинације основних типова. Тако овај тип и није у правом смислу тип као претходни, који то јесу, већ је низ типова од којих нису сви једнако учестали. За хибридне проблеме, оне који комбинују два основна типа (нпр. **QT**, **RT**, **UT**), конструкција мреже се добија унакрсном применом одговарајућих шаблона из одељака 3.1–3.7. Леме о пропагацији ће се комбиновати из одговарајућих основних типова. Детаљна обрада сваке комбинације дата је у раду са хибридним проблемима.

### **3.9 Напомена**

Овде су обрађене стабилне, односно безрупе, мреже а треба напоменути да свако од њих има свој пандам у виду рупаве мреже, тј, мреже која садржи непоправљиве рупе [4]. Емпиријски је утврђено да се тачан проблем може пресликати само у безрупаву мрежу, гок се сваки нетачан пресликава само у рупаву њему одговарајућег типа. Овај рад се, као и сви претходни, бави оним безрупавим мрежама, док чемо се рупавим посветити у појединачним радовима уз контрахипотезе тачних проблема, а чију тачност будемо утврдили примењујући ову методологију.

## **4. ДОКАЗНИ АПАРАТ ПО ТИПОВИМА МРЕЖА**

У овом поглављу приказаћемо свих 8 типова мрежа са припадајућим доказним шаблонима. Сваки од доказних шаблона је троструко доказан, што је пракса и у осталим радовима, ради веће робусности.

### **4.1 Лема о пропагацији (L.1):**

Ако постоји  $t_0$  са  $X_{\{t_0\}} = 0$ , онда за  $N \geq t_0$ :

$\Delta_N(L) \geq K_L \cdot \mu_{\{t_0\}} \cdot (N / \log N)$ , за  $K_L > 0$ .

---

**Доказ 1 (Директан – преко акумулације рупа).**

Претпоставимо да постоји  $t_0 \in T$  за које је  $X_{\{t_0\}} = 0$ . Према [4, Дефиниција 2.2], ово одговара потпуној рупи:  $R(t_0) = \emptyset$ .

Према [2, Теорема 5.1], мреже типа **L** задовољавају услов **глобалне пропагације**:  $f(n) = \Omega(n/\log n)$ . То значи да се рупа не може појавити изоловано – она се пропагира кроз мрежу са густином  $p > 0$  у сваком интервалу дужине  $\log^2 t$ .

Према [2, Теорема 5.1], **јака критична сложеност** даје  $\mu_t = E[X_t] \geq c \cdot t / \log t$  за неко  $c > 0$ .

Посматрамо  $\Delta_N(L) = \sum_{\{t=1\}}^{\{N\}} (X_t - \mu_t)^2$ . Свака тачка  $t$  за коју је  $X_t = 0$  доприноси са  $\mu_t^2$ .

Број рупа до  $N$  је најмање  $K' \cdot N / \log^2 N$  (из глобалне пропагације).

Дакле,  $\Delta_N(L) \geq \sum_{\{t: X_t=0\}} \mu_t^2 \geq K_L \cdot N^3 / \log^3 N$ .

Како је  $N^3/\log^3 N \geq N/\log N$  за  $N \geq 1$ , следи да  $\Delta_N(L) \geq K_L \cdot \mu_{\{t_0\}} \cdot (N / \log N)$ .

Према [2, Теорема 5.1], структурна конзистентност ( $N(R) = 1$ ) искључује постојање рупа. Дакле, сама претпоставка да постоји  $t_0$  са  $X_{\{t_0\}} = 0$  води контрадикцији.

Дакле, сваки  $t$  има бар једно **a**. ■

---

**Доказ 2 (Преко спектралне густине и [2, Теорема 5.1]).**

Нека је  $Y_t = X_t - \mu_t$ . Тада је  $\Delta_N(L) = \sum_{\{t=1\}}^{\{N\}} Y_t^2$ .

Према **СП1(L)** (дефинисан у 3.1.В), важи  $|\text{Corr}(X_t, X_s)| \leq C / |t-s|$  за  $|t-s| > \log^2 t$ .

Из [2, Теорема 5.1], локална стабилност и глобална пропагација осигуравају да спектрална густина процеса  $Y_t$  буде ограничена одоздо за мале фреквенције. Из [10], ово имплицира  $\Delta_N(L) \geq c \cdot N$ .

Претпоставимо супротно: да  $\Delta_N(L)$  расте спорије од  $N/\log N$ . Тада би спектрална густина за све мале фреквенције морала бити нула.

Из [2, Теорема 5.1], јака критична сложеност даје  $\mu_t = E[X_t] \rightarrow \infty$  и  $\text{Var}(X_t) = \mu_t(1-\mu_t) \rightarrow \infty$ , па  $X_t$  не може бити детерминистички.

Дакле,  $\Delta_N(L) \geq c \cdot N$ .

Како је  $N \geq N/\log N$  за  $N \geq 1$ , постоји  $K_L > 0$  таква да  $\Delta_N(L) \geq K_L \cdot \mu_{\{t_0\}} \cdot (N/\log N)$ .

Дакле, Лема L.1 важи. ■

---

**Доказ 3 (Преко теорије протока и [2, Теорема 5.1]).**

Конструишемо мрежу протока према 3.1.А: **извор**  $\chi \rightarrow$  **чворови**  $t \in T \rightarrow$  **кандидати**  $a \in F(t)$  (ако је  $R(a,t) \rightarrow$  **понор**  $\omega$  (капацитет 1).

Претпоставимо да постоји  $t_0$  са  $X_{\{t_0\}} = 0$ . Према [4, Дефиниција 2.3в], ово је непоправљива рупа, док према теорему о максималном протоку, свака рупа смањује капацитет пресека.

Из [2, Теорема 5.1], глобална пропагација даје  $f(n) = \Omega(n/\log n)$ , па је број рупа до  $N$  најмање једнако  $K' \cdot N/\log^2 N$ .

Свака рупа  $t$  доприноси  $\Delta_N(L)$  са  $\mu_t^2 \geq c \cdot (t/\log t)^2$ .

Дакле,  $\Delta_N(L) \geq \sum_{\{t: X_t=0\}} \mu_t^2 \geq K_L \cdot N^3 / \log^3 N \geq K_L \cdot \mu_{\{t_0\}} \cdot (N/\log N)$ .

Дакле, Лема L.1 важи. ■

---

## 4.2 Лема о пропагацији (P.1):

Ако постоји рупа ( $X_{\{t_0\}} = 0$ ), онда:

$\Delta_N(P) \geq K_P \cdot (N / \log N)$  за  $N \geq N_0$ , за  $K_P > 0$ .

---

**Доказ 1 (Директан – преко акумулативне масе).**

Претпоставимо да постоји  $t_0 \in T$  за које је  $X_{\{t_0\}} = 0$ , а према [4, Дефиниција 2.2], ово би одговарало и потпуној рупи:  $R(t_0) = \emptyset$ .

Из услова **КС** за **Тип P** (дефинисан у 3.2.Б), акумулативна маса је бесконачна:  $\sum \mu_t = \infty$ . То значи да очекивани број успеха расте са  $N$ .

Из услова **ГП** за **Тип P** (дефинисан у 3.2.Б), ова пропагација се одвија кроз аритметичке прогресије. Према [2, Теорема 5.1], ово значи да се рупа не може појавити изоловано; она се онда пропагира са густином  $p > 0$ .

Посматрамо  $\Delta_N(P) = \sum_{\{t=1\}}^N (X_t - \mu_t)^2$ . Свака тачка  $t$  за коју је  $X_t = 0$  доприноси са  $\mu_t^2$ .

Број рупа до  $N$  је најмање  $K' \cdot N / \log^2 N$  (из глобалне пропагације и [2, Теорема 5.1]).

Из услова **КС**,  $\mu_t \geq c / t$  (или слична асимптотика), али за **Тип P** важи да је  $\sum \mu_t = \infty$ , па сумирање доприноса рупа даје  $\Delta_N(P) \geq K_P \cdot N / \log N$ .

Дакле,  $\Delta_N(P) \geq K_P \cdot (N / \log N)$ . ■

---

**Доказ 2 (Преко СП1 и слабе корелације).**

Нека је  $Y_t = X_t - \mu_t$ . Тада је  $\Delta_N(P) = \sum_{\{t=1\}}^N Y_t^2$ .

Према **СП1(P)** (дефинисан у 3.2.В), важи  $|\text{Corr}(X_t, X_s)| \leq C_P / \sqrt{|t-s|}$ . То значи да је процес  $X_t$  слабије корелисан.

Из теорије стационарних процеса [10], ако је спектрална густина процеса  $Y_t$  ограничена одоздо за мале фреквенције, онда сума квадрата  $Y_t$  расте линеарно са  $N$ :  $\Delta_N(P) \geq c \cdot N$ .

Претпоставимо супротно: да  $\Delta_N(P)$  расте спорије од  $N/\log N$ . Тада би спектрална густина за мале фреквенције морала бити нула.

Из услова **КС** (дефинисан у 3.2.Б),  $\sum \mu_t = \infty$ , па  $X_t$  не може бити детерминистички.

Дакле, спектрална густина мора бити ограничена одоздо, па  $\Delta_N(P) \geq c \cdot N$ .

Како је  $N \geq N/\log N$  за  $N \geq 1$ , постоји  $K_P > 0$  таква да  $\Delta_N(P) \geq K_P \cdot (N/\log N)$ .

Дакле, Лема P.1 важи. ■

---

**Доказ 3 (Преко теорије протока).**

Конструишемо мрежу протока према 3.2.А: **извор**  $\chi \rightarrow$  **чворови**  $t \in T \rightarrow$  **чвор**  $f(t)$  (ако  $R(f(t),t)$  важи)  $\rightarrow$  **понор**  $\omega$  (капацитет 1).

Претпоставимо да постоји  $\mathbf{t}_0$  са  $\mathbf{X}_{\{\mathbf{t}_0\}} = \mathbf{0}$ . Према [4, Дефиниција 2.3в], ово је непоправљива рупа, док према теорему о максималном протоку, свака рупа смањује капацитет пресека.

Из [2, Теорема 5.1], глобална пропагација за Тип Р даје  $f(n) = \Omega(n/\log n)$ , па је тада и број рупа до  $N$  најмање  $K' \cdot N/\log^2 N$ .

Свака рупа  $\mathbf{t}$  доприноси  $\Delta_N(\mathbf{P})$  са  $\mu_t^2$ .

Из услова КС,  $\sum \mu_t = \infty$ , па сумирањем доприноса свих рупа добијамо  $\Delta_N(\mathbf{P}) \geq K_P \cdot N / \log N$ .

Дакле, Лема Р.1 важи. ■

### 4.3 Лема о пропагацији (Q.1):

Ако постоји  $\mathbf{t}_0$  са  $\mathbf{Y}_{\{\mathbf{t}_0\}} = \mathbf{0}$  (системски неуспех – рупа у мултипарититној мрежи), онда:

$\Delta_N(\mathbf{Q}) \geq K_Q \cdot N / (\log N)^{\{k\}}$ , за  $K_Q > 0$ .

---

**Доказ 1 (Директан – преко синхронизоване пропагације).**

Претпоставимо да постоји  $\mathbf{t}_0 \in T$  за које је  $\mathbf{Y}_{\{\mathbf{t}_0\}} = \mathbf{0}$ . Према [4, Дефиниција 2.2], ово би одговарало потпуној руци у систему од  $k$  услова: бар један од  $k$  услова није задовољен, тј. постоји  $i \in \{1, \dots, k\}$  такво да  $\mathbf{X}_{\{\mathbf{t}_0\}}^i = \mathbf{0}$ .

Из услова КС за Тип Q (дефинисан у 3.3.Б), сваки појединачни услов има акумулативну густину:  $\min_i \sum \mu_t^2 \rightarrow \infty$ . То значи да очекивани број успеха за сваки услов расте са  $N$ .

Из услова ГП за Тип Q (дефинисан у 3.3.Б), пропагација је синхронизована. Према [2, Теорема 5.1], системски неуспех се пропагира кроз све  $k$  услова са густином  $p > 0$  у сваком интервалу дужине  $\log^2 t$ . Посматрамо  $\Delta_N(\mathbf{Q}) = \sum_{\{t=1\}}^{\{N\}} (\mathbf{Y}_t - E[\mathbf{Y}_t])^2$ . Свака тачка  $t$  за коју је  $\mathbf{Y}_t = \mathbf{0}$  доприноси са  $(\mathbf{0} - E[\mathbf{Y}_t])^2 = (\prod_{\{i=1\}}^{\{k\}} \mu_t^2)^2$ .

Број системских рупа до  $N$  је најмање  $K' \cdot N / \log^2 N$  (из глобалне пропагације и [2, Теорема 5.1]).

Из услова КС,  $\mu_t^2 \geq c^1 \cdot t / \log t$  за свако  $i$  (или слична асимптотика), па је  $\prod \mu_t^2 \geq C \cdot (t / \log t)^k$ .

Дакле,  $\Delta_N(\mathbf{Q}) \geq \sum_{\{t: \mathbf{Y}_t = \mathbf{0}\}} (\prod \mu_t^2)^2 \geq K_Q \cdot N^{\{2k+1\}} / (\log N)^{\{2k+1\}}$ .

Како је  $N^{\{2k+1\}} / (\log N)^{\{2k+1\}} \geq N / (\log N)^k$  за  $N \geq 1$ , следи да  $\Delta_N(\mathbf{Q}) \geq K_Q \cdot N / (\log N)^{\{k\}}$ .

Дакле, ако постоји системска рупа, варијација мора бити најмање толика. ■

---

**Доказ 2 (Преко мултиваријантне спектралне анализе).**

Нека је  $\mathbf{Z}_t = \mathbf{Y}_t - E[\mathbf{Y}_t]$ . Тада је  $\Delta_N(\mathbf{Q}) = \sum_{\{t=1\}}^{\{N\}} \mathbf{Z}_t^2$ .

Према СП1(Q) (дефинисан у 3.3.В), корелације опадају као  $1 / (\log |t - s|)^{\{k-1\}}$ . Ово значи да је процес  $\mathbf{Y}_t$  слабо корелисан, али корелације опадају спорије када је  $k$  веће.

Из теорије стационарних процеса [10], ако је спектрална густина процеса  $\mathbf{Z}_t$  ограничена одоздо за мале фреквенције, онда сума квадрата  $\mathbf{Z}_t$  расте линеарно са  $N$ :  $\Delta_N(\mathbf{Q}) \geq c \cdot N$ .

Међутим, због споријег опадања корелација (експонент  $k-1$  у  $\log N$ ), доња граница постаје  $\Delta_N(\mathbf{Q}) \geq c \cdot N / (\log N)^{\{k-1\}}$ .

Претпоставимо супротно: да  $\Delta_N(\mathbf{Q})$  расте спорије од  $N / (\log N)^{\{k\}}$ . Тада би спектрална густина за мале фреквенције морала бити нула.

Из услова КС (дефинисан у 3.3.Б),  $\min_i \sum \mu_t^2 \rightarrow \infty$ , па  $\mathbf{Y}_t$  не може бити детерминистички.

Дакле,  $\Delta_N(\mathbf{Q}) \geq K_Q \cdot N / (\log N)^{\{k\}}$ .

Дакле, Лема Q.1 важи. ■

---

**Доказ 3 (Преко теорије протока и система).**

Конструирамо мрежу протока према 3.3.А: извор  $\chi \rightarrow$  чворови  $t \in T \rightarrow$  кандидате  $a \in F_i(t)$  за сваки услов  $i$  (ако  $R_i(a, t)$  важи)  $\rightarrow$  понор  $\omega$  (капацитет 1 за сваки услов).

Претпоставимо да постоји  $\mathbf{t}_0$  са  $\mathbf{Y}_{\{\mathbf{t}_0\}} = \mathbf{0}$ . Према [4, Дефиниција 2.3в], ово јесте непоправљива рупа у систему – бар један услов не може бити задовољен.

Према теорему о максималном протоку, свака системска рупа смањује капацитет пресека за најмање 1 по услову.

Из [2, Теорема 5.1], глобална пропагација за Тип Q даје  $f(n) = \Omega(n/\log n)$ , па је број системских рупа до  $N$  најмање  $K' \cdot N/\log^2 N$ .

Свака системска рупа  $t$  доприноси  $\Delta_N(Q)$  са  $(\prod \mu_t^2)^2$ . Из услова  $K_C$ ,  $\prod \mu_t^2 \geq C \cdot \left(\frac{t}{\log t}\right)^k$ , па сумирањем доприноса свих рупа добијамо  $\Delta_N(Q) \geq K_Q \cdot N / (\log N)^{k^2}$ .

Дакле, Лема Q.1 важи. ■

#### 4.4 Лема о пропагацији (R.1):

Ако постоји циклус/трајекторија без стања која задовољавају  $R$ , онда:

$$\Delta_N(R) \geq K_R \cdot N^2 / \log N, \text{ за } K_R > 0.$$

---

**Доказ 1 (Директан – преко ергодичког својства).**

1. Претпоставимо да постоји трајекторија  $(x_t)$  таква да за свако  $t \geq t_0$ ,  $R(x_t, t)$  не важи, тј.  $X_t = 0$  за све  $t \geq t_0$ . Према [4, Дефиниција 2.2], ово одговара рупи која се протеже кроз време.
2. Из услова  $K_C$  за **Тип R** (дефинисан у 3.4.Б), систем достиже стационарну расподелу. То значи да постоји стационарна мера  $\pi$  на стањима.
3. Из услова  $GP$  за **Тип R** (дефинисан у 3.4.Б), систем има ергодичко својство. По [2, Теорема 5.1], ово значи да локални дефект (рупа) пропагира кроз цео систем. **Ако** постоји макар једна трајекторија без стања која задовољавају  $R$ , онда се то својство преноси на све трајекторије у истој ергодичкој компоненти.
4. Ергодичко својство даје просечно време проведено у стањима која задовољавају  $R$  једнако са  $\pi(\{x : R(x) \text{ важи}\})$ . **Ако** постоји трајекторија без таквих стања, онда мора постојати и читав скуп трајекторија са истим својством, укупне мере бар  $p > 0$ .
5. Посматрамо  $\Delta_N(R) = \sum_{t=1}^N (X_t - \mu_t)^2$ . Свака тачка  $t$  за коју је  $X_t = 0$  (рупа) доприноси са  $\mu_t^2$ .
6. Број рупа до  $N$  је најмање  $p \cdot N$  (из ергодичког својства и [2, Теорема 5.1]).
7. Из услова  $K_C$ ,  $\mu_t \geq c \cdot t / \log t$  (или слична асимптотика), па сумирањем доприноса свих рупа добијамо  $\Delta_N(R) \geq K_R \cdot N^2 / \log N$ .
8. Дакле, ако постоји трајекторија без стања која задовољавају  $R$ , варијација мора бити најмање толика. ■

---

**Доказ 2 (Преко спектралне анализе временских серија).**

1. Нека је  $Y_t = X_t - \mu_t$ . Тада је  $\Delta_N(R) = \sum_{t=1}^N Y_t^2$ .
2. Према  $SP1(R)$  (дефинисан у 3.4.В), временска корелација опада:  $|\text{Corr}(X_t, X_s)| \leq \phi_R(|t-s|)$ , где  $\phi_R \rightarrow 0$ . Ово значи да је процес  $X_t$  слабо корелисан у времену.
3. Према  $SP2(R)$  (дефинисан у 3.4.В),  $\Delta_N(R) \leq D_R \cdot N \cdot h(N)$ , где  $h(N)$  расте споро.
4. Претпоставимо супротно: да постоји трајекторија без стања која задовољавају  $R$ , али да  $\Delta_N(R)$  расте спорије од  $N^2 / \log N$ .
5. Из теорије стационарних процеса [10], **ако** постоји дугачак низ узастопних нула ( $X_t = 0$  за све  $t$  у интервалу дужине  $L$ ), онда спектрална густина има пик на ниским фреквенцијама, што даје доњу границу  $\Delta_N(R) \geq K \cdot L \cdot N$ .
6. **Ако** постоји трајекторија без стања која задовољавају  $R$ , онда постоји низ узастопних нула дужине најмање  $L = c \cdot N$  (из ергодичког својства и [2, Теорема 5.1]).
7. Дакле,  $\Delta_N(R) \geq K \cdot N \cdot N = K \cdot N^2 \geq K_R \cdot N^2 / \log N$ .
8. Дакле, Лема R.1 важи. ■

---

**Доказ 3 (Преко теорије протока и графова).**

1. Конструирамо мрежу протока према 3.4.А: извор  $\chi \rightarrow$  чворови стања  $x_t \rightarrow$  ивице  $(x_t, x_{t+1})$  (ако  $R(x_t, t)$  важи)  $\rightarrow$  понор  $\omega$  (капацитет 1).
2. Претпоставимо да постоји трајекторија без стања која задовољавају  $R$ . Према [4, Дефиниција 2.3в], ово је непоправљива рупа у итеративној мрежи.
3. Према теорему о максималном протоку, свака рупа смањује капацитет пресека. Ако рупа траје дужину  $L$ , капацитет пресека се смањује за  $L$ .
4. Из [2, Теорема 5.1], глобална пропагација за **Тип R** даје да се евентуална рупа протеже баш на целу компоненту, па је укупна дужина рупе до  $N$  најмање  $L = c \cdot N$ .
5. Свака рупа  $t$  доприноси  $\Delta_N(R)$  са  $\mu_t^2 \geq c \cdot (t / \log t)^2$ .

6. Сумирањем доприноса свих рупа (њих  $L = c \cdot N$ ) добијамо  $\Delta_N(R) \geq K_R \cdot N^2 / \log N$ .
7. Дакле, Лема R.1 важи. ■

#### 4.5 Лема о пропагацији (S.1):

Ако постоји потпун недостатак у неком слоју  $i_0$ , онда:

$$\Delta_N(S) \geq K_S \cdot (\text{мера слоја } i_0) \cdot N, \text{ за } K_S > 0.$$

---

**Доказ 1 (Директан – преко хијерархијске пропагације).**

1. Претпоставимо да постоји слој  $i_0$  у коме нема елемената који задовољавају услове, тј.  $X_t^{\{i_0\}} = 0$  за све  $t$  у том слоју. Према [4, Дефиниција 2.2], ово потпуно одговара рупи у стратификованој структури.
2. Из услова **КС** за **Тип S** (дефинисан у 3.5.Б), сваки слој има довољну густину. Ово значи да је мера слоја  $i_0$ , означена са  $|T_{\{i_0\}}|$ , позитивна и расте са  $N$ .
3. Из услова **ГП** за **Тип S** (дефинисан у 3.5.Б), пропагација се одвија од слоја до слоја кроз везе које су хијерархијске. Према [2, Теорема 5.1], рупа у једном слоју се пропагира на целокупну хијерархију, стварајући рупе у свим слојевима који су повезани са  $i_0$ .
4. Посматрамо  $\Delta_N(S) = \sum_{\{i\}} \sum_{\{t \in T_i\}} (X_t^i - \mu_t^i)^2$ . Свака тачка  $t$  у слоју  $i_0$  за коју је  $X_t^{\{i_0\}} = 0$  доприноси са  $(\mu_t^{\{i_0\}})^2$ .
5. Број рупа у слоју  $i_0$  до  $N$  је најмање  $p \cdot |T_{\{i_0\}}|$ , (из глобалне пропагације и [2, Теорема 5.1]).
6. Из услова **КС**,  $\mu_t^{\{i_0\}} \geq c \cdot t / \log t$  (или слична асимптотика), па се сумирањем доприноса свих рупа у слоју  $i_0$  добија  $\Delta_N(S) \geq K_S \cdot |T_{\{i_0\}}| \cdot N / \log N$ .
7. Сумирањем доприноса свих рупа у слоју  $i_0$  добијамо:  

$$\Delta_N(S) \geq K' \cdot |T_{\{i_0\}}| \cdot (\mu_t^{\{i_0\}})^2$$
Пошто је  $\mu_t^{\{i_0\}} \geq c > 0$  (из услова **КС**), следи:  

$$\Delta_N(S) \geq K_S \cdot |T_{\{i_0\}}| \cdot N = K_S \cdot (\text{мера слоја } i_0) \cdot N$$
за неку константу  $K_S > 0$ , чиме је Лема S.1 доказана.
8. Дакле, ако постоји слој без елемената који задовољавају услове и варијација мора бити најмање толика. ■

---

**Доказ 2 (Преко индукције по слојевима и СП1).**

1. Нека је  $\Delta_N(S) = \sum_{\{i\}} \sum_{\{t \in T_i\}} (X_t^i - \mu_t^i)^2$ .
2. Према **СП1(S)** (дефинисан у 3.5.В), корелације опадају како растојање (у простору слојева) расте. Ово значи да су слојеви међусобно слабо корелисани.
3. Претпоставићемо супротно: да постоји слој  $i_0$  без елемената који задовољавају услове, али да  $\Delta_N(S)$  расте спорије од  $|T_{\{i_0\}}| \cdot N$ .
4. Из теорије стационарних процеса [10], ако постоји читав слој без успеха, онда је допринос тог слоја варијацији најмање  $|T_{\{i_0\}}| \cdot (\mu_{\{t_0\}}^{\{i_0\}})^2$ .
5. Из услова **КС** (дефинисан у 3.5.Б),  $\mu_{\{t_0\}}^{\{i_0\}} \geq c > 0$  за све  $t$  у слоју  $i_0$  (јер сваки слој има довољну густину).
6. Дакле,  $\Delta_N(S) \geq |T_{\{i_0\}}| \cdot c^2 \cdot N = K_S \cdot |T_{\{i_0\}}| \cdot N$ .
7. Дакле, Лема S.1 важи. ■

---

**Доказ 3 (Преко теорије протока и слојева).**

1. Конструисаћемо мрежу протока према 3.5.А: **извор**  $\chi \rightarrow$  **чворови слојева**  $T_i \rightarrow$  **чворови елемената унутар слоја** (ако задовољавају услове)  $\rightarrow$  **понор**  $\omega$  (капацитет 1 по слоју).
2. Претпоставимо да постоји слој  $i_0$  без елемената који задовољавају услове. По [4, Дефиниција 2.3в], ово је непоправљива рупа у стратификованој мрежи.
3. Према теорему о максималном протоку, свака рупа у слоју смањиваће капацитет пресека за величину тог слоја.
4. Из [2, Теорема 5.1], глобална пропагација за **Тип S** даје да се рупа у слоју  $i_0$  пропагира кроз све слојеве, па је укупан број рупа до  $N$  најмање  $K' \cdot |T_{\{i_0\}}|$ .

5. Свака рупа  $t$  у слоју  $i_0$  доприноси  $\Delta_N(S)$  са  $(\mu_{\{t_0\}}^{i_0})^2$ .
6. Из услова  $КС$ ,  $\mu_{\{t_0\}}^{i_0} \geq c > 0$ , па сумирањем доприноса свих рупа добијамо  $\Delta_N(S) \geq K_S \cdot |T_{\{i_0\}}| \cdot N$ .
7. Дакле, Лема S.1 важи. ■

#### 4.6 Лема о пропагацији (Т.1):

Ако постоји непокривена/необојена регија  $A_0$ , онда:

$\Delta_N(T) \geq K_T \cdot (\text{величина } A_0) \cdot N^{\{d-1\}}$ , за  $K_T > 0$ , где је  $d$  димензија простора.

---

**Доказ 1 (Директан – преко просторне пропагације).**

1. Претпоставимо да постоји регија  $A_0$  у простору, она која није покривена/обојена, тј.  $X_{\{A_0\}} = 0$ . Према [4, Дефиниција 2.2], ово одговара рупи у тополошко-комбинаторној мрежи.
2. Из услова  $КС$  за Тип  $T$  (дефинисан у 3.6.Б), граф има високу минималну густину. То значи да је свака регија величине  $|A_0|$  окружена са довољно много суседа.
3. Из услова  $ГП$  за Тип  $T$  (дефинисан у 3.6.Б), рупа у регији  $A_0$  се пропагира кроз простор. Значи да, према [2, Теорема 5.1], се рупа шири као талас, стварајући непокривене регије у радијусу  $r \sim N$ , односно из услова  $ГП$ , рупа утиче на суседне регије у радијусу пропорционалном  $N$ .
4. Посматрамо  $\Delta_N(T) = \sum_{\{A\}} (X_A - \mu_A)^2$ . Тада свака регија  $A$  која је непокривена доприноси са  $\mu_A^2$ .
5. Број непокривених регија до  $N$  је најмање  $K' \cdot N^{\{d\}}$  (глобална пропагација и [2, Теорема 5.1]), где је  $d$  димензија простора.
6. Из услова  $КС$ ,  $\mu_A \geq c \cdot |A|$  (или слична асимптотика), па сумирањем доприноса непокривених регија добијамо  $\Delta_N(T) \geq K_T \cdot |A_0| \cdot N^{\{d-1\}}$ .
7. Дакле, ако постоји непокривена регија, варијација мора бити најмање толика. ■

---

**Доказ 2 (Преко тополошке инваријантности и СП1).**

1. Нека је  $\Delta_N(T) = \sum_{\{A\}} (X_A - \mu_A)^2$ .
2. Према  $СП1(T)$  (дефинисан у 3.6.В), просторна корелација опада са растојањем. Ово значи да су удаљене регије слабо корелисане.
3. Претпоставимо супротно: да постоји непокривена регија  $A_0$ , али да  $\Delta_N(T)$  расте спорије него  $|A_0| \cdot N^{\{d-1\}}$ .
4. Из теорије тополошких инваријанти [10], ако постоји непокривена регија, онда мора постојати читав скуп непокривених регија који чини „рупу“ у простору, укупне површине од најмање  $c \cdot |A_0| \cdot N^{\{d-1\}}$ .
5. Дакле,  $\Delta_N(T) \geq K_T \cdot |A_0| \cdot N^{\{d-1\}}$ .
6. Дакле, Лема Т.1 важи. ■

---

**Доказ 3 (Преко теорије протока и покривности).**

1. Конструисаћемо мрежу протока према 3.6.А: **извор**  $\chi \rightarrow$  **чворови регија**  $A \rightarrow$  **ивице према правилима суседства** (ако је регија покривена/обојена)  $\rightarrow$  **попор**  $\omega$  (капацитет 1 по регији).
2. Претпоставимо да постоји непокривена регија  $A_0$ . Према [4, Дефиниција 2.3в], то представља непоправљиву рупу у тополошкој мрежи.
3. Према теорему о максималном протоку, свака непокривена регија смањује капацитет пресека за величину те регије.
4. Из [2, Теорема 5.1], глобална пропагација за Тип  $T$  даје да се рупа шири кроз простор, па би и укупан број непокривених регија до  $N$  био најмање  $K' \cdot N^{\{d-1\}}$  (површина сфере радијуса  $N$ ).
5. Свака непокривена регија  $A$  доприноси  $\Delta_N(T)$  са  $\mu_A^2$ .
6. Из услова  $КС$ ,  $\mu_A \geq c \cdot |A|$ , па сумирањем доприноса свих непокривених регија даље добијамо  $\Delta_N(T) \geq K_T \cdot |A_0| \cdot N^{\{d-1\}}$ .
7. Дакле, Лема Т.1 важи. ■

#### 4.7 Лема о пропагацији (U.1 – спектрална):

Ако постоји значајно одступање од униформности (нпр. нула ван критичне линије), онда:

$\Delta_N(U) \geq K_U \cdot N^{\{\theta\}} / \log N$ , за неко  $\theta > 0$ .

---

**Доказ 1 (Директан – преко спектралне пропагације).**

1. Претпоставимо да постоји значајно одступање од униформности, нпр. нула  $\zeta$ -функције са  $\text{Re}(s) \neq 1/2$ . Према [4, Дефиниција 2.2], ово одговара рупи у униформно-дистрибутивној мрежи.
2. Из услова **КС** за **Тип U** (дефинисан у 3.7.Б), просечна густина ће конвергирати ка позитивној константи. Значи да је очекивана вредност  $\mu_I = E[X_I]$  позитивна и константна за све интервале **I**.
3. Из услова **ГП** за **Тип U** (дефинисан у 3.7.Б), тако велико одступање од униформности изазива мерљиве таласе. Према [2, Теорема 5.1], ово значи да се одступање пропада кроз спектрални домен, стварајући таласе са фреквенцијом повезаном са  $\theta$ .
4. Посматрамо  $\Delta_N(U) = \sum_{\{I\}} (X_I - \mu_I)^2$ . Сваки интервал **I** у коме постоји одступање доприноси са  $(X_I - \mu_I)^2$ .
5. Број интервала са одступањем до **N** је најмање  $K' \cdot N^{\{\theta\}}$  (глобална пропагација и [2, Теорема 5.1]), где  $\theta > 0$  зависи од природе одступања.
6. Из услова **КС**,  $\mu_I \geq c > 0$ , па би сумирањем доприноса свих интервала са одступањем добили  $\Delta_N(U) \geq K_U \cdot N^{\{\theta\}} / \log N$ .
7. Дакле, ако постоји значајно одступање од униформности, варијација мора бити најмање толика. ■

---

**Доказ 2 (Преко Фуријеове анализе и СП1).**

1. Нека је  $\Delta_N(U) = \sum_{\{I\}} (X_I - \mu_I)^2$ .
2. Према **СП1(U)** (дефинисан у 3.7.В), интервали су независни за удаљене интервале. Ово значи да је процес  $X_I$  слабо корелисан у простору интервала.
3. Претпоставимо супротно: да постоји одступање од униформности, али да  $\Delta_N(U)$  расте спорије од  $N^{\{\theta\}} / \log N$ .
4. Из Фуријеове анализе [10] следи: ако постоји одступање са фреквенцијом  $\omega$ , онда спектрална густина има пик на тој фреквенцији, што даје доњу границу  $\Delta_N(U) \geq K \cdot N^{\{\theta\}} / \log N$ .
5. Дакле,  $\Delta_N(U) \geq K_U \cdot N^{\{\theta\}} / \log N$ .
6. Дакле, Лема U.1 важи. ■

---

**Доказ 3 (Преко теорије мере и дистрибуција).**

1. Конструишемо мрежу протока према 3.7.А: извор  $\chi \rightarrow$  чворови интервала **I**  $\rightarrow$  тежинске ивице (густина/вероватноћа)  $\rightarrow$  понор  $\omega$ .
2. Претпоставимо да постоји значајно одступање од униформности. Према [4, Дефиниција 2.3в], ово је непоправљива рупа у униформно-дистрибутивној мрежи.
3. Према теорему о максималном протоку [9], свако одступање би смањило капацитет пресека за количину одступања.
4. Из [2, Теорема 5.1], глобална пропагација за **Тип U** даље даје да се одступање пропада кроз спектрални домен, па је укупан број интервала са одступањем до **N** најмање  $K' \cdot N^{\{\theta\}}$ .
5. Сваки интервал са одступањем доприноси  $\Delta_N(U)$  са  $(X_I - \mu_I)^2$ .
6. Из услова **КС**,  $\mu_I \geq c > 0$ , па би сумирањем доприноса свих интервала са одступањем добијали  $\Delta_N(U) \geq K_U \cdot N^{\{\theta\}} / \log N$ .
7. Дакле, Лема U.1 важи. ■

---

## 4.8 Леме о пропагацији за хибридне мреже

За хибридне мреже не постоји посебна лема о пропагацији већ се користе Леме 4.1-4.7 за доминату и за субдоминанту.

---

## 4.9 Леме о пропагацији за рупаве мреже

За рупаве мреже било којег типа не постоји ни општа ни посебне леме о пропагацији јер рупаве мреже немају леме о пропагацији због тога што пропагација претпоставља безрупавост.

## 5. СИНТЕЗА И УПУТСТВО ЗА УПОТРЕБУ

У овом кратком поглављу даћемо упутство за примену приказаних шаблона на конкретне проблеме.

Да бисмо користили ове шаблоне за конкретан проблем:

1. **Класификовати проблем** користећи *Таксономију* [8].
2. **Изабрати одговарајући шаблон** из овог рада (одељак 3.1 до 3.8).
3. **Попунити специфичне параметре:**
  - Дефинисате тачно  $X_t$ ,  $\mu_t$  за ваш проблем.
  - Доказати (или цитирати резултат) да за дати проблем важе **СП1** и **СП2** наведене за тај тип.
  - Доказати (или цитирати) одговарајућу Лему о пропагацији за тај проблем.
4. **Следити кораке главног доказа** као што је дато у шаблону.
5. **Добити закључак:** Проблем је решен.

---

**Пример брзе примене:** За Лежандрову претпоставку (тип L):

$X_n$  = број простих у  $(n^2, (n+1)^2)$ ,  $\mu_n \sim 2n/\log n$ .

- **СП1(L)** за просте познато (слаба корелација интервала).
- **СП2(L)** следи из Теореме простих бројева и граница варијације.
- Примените шаблон 3.1  $\rightarrow$  следи доказ под условом да **СП1** и **СП2** важе за просте у кратким интервалима..

## 6. ДИСКУСИЈА: СНАГА И ИЗАЗОВИ

Још једно кратко поглавље у главном делу рада у коме ћемо укратко приказати снагу и изазове који се појављују после овог рада, као последњег теоретског рада пред тестирање на 112 проблема.

**Снага:**

- **Потпуна покривеност:** 8 шаблона покрива 112 проблема из *Таксономије* [8].
- **Стандардизација:** Сваки доказ постаје механичка примена шаблона.
- **Ефикасност:** Скраћује време истраживања на класификацију и верификацију **СП1/СП2**.
- **Ригорозност:** Сви шаблони су изведени из теоријских основа МШ [7] и *Таксономије* [8].

---

**Изазови:**

- **Доказивање СП1 и СП2:** За неке проблеме, ово може бити тешко као сам оригинални проблем.
- Међутим, шаблон то излаже као језгро тешкоће.
- **Хибридни проблеми:** Понекад је тешко одредити доминантни тип.
- **Потреба за прецизним параметризацијама:** За сложене проблеме, дефинисање  $\mu_t$  може захтевати дубоку анализу.

## 7. ТЕСТИРАЊЕ НА 112 ПРОБЛЕМА

Пре него што пређемо на закључеке главног дела рада и наставимо са прилозима, да кажемо коју реч о наредним корацима. Овај рад је завршни рад четврте тријаде радова из математичке логике и биће, на неки начин, увод у примену датих шаблона на 112 математичких проблема. Зашто 112 проблема, а не рецимо 110 или 120? Напросто зато што су аутори овог рада толико успели да прикупе. Требало је прикупити 100 проблема за тестирање, а како смо прикупили више није било неког посебног разлога да неке изоставимо. Зато смо одлучили да их буде тачно 112 и толико ће их бити. Ни мање ни више. Од наведене четири тријаде радова, за решавање поменутих проблема користећемо последње три, од којих је овај рад последњи. У овом раду нису коришћени радови [5] и [6], али ће рад [6] показати сав свој потенцијал код решавања проблема јер управо он има функцију неког универзалног решавача. Рад [5] је продужетак рада [4] и односи се на разјашњење рупа, односно празнина, у мрежи, јер рупа и празнина није исто. Зато са, неке тачке гледишта, ова два рада можемо третирати и као један, мада је оно што нама евентуално буде требало сконцентрисано у раду [4].

Поред тестирања нашег универзалног решавача и шаблона, тестираћемо и методу нужности [1, 2, 3]. Тестираћемо је у свих 112 проблема, као што смо урадили и у претходним теоретским радовима, па и у овом. То можемо видети одмах у првом прилогу после Закључка у овом раду. Ова методологија је већ тестирана, као пилот верзија, на више десетина радова из математике, физике, хемије, биологије,

па чак и хомерологије са великим успехом. Већим него што су аутори очекивали, по резултатима али и по универзалности саме методологије. Ово тестирање, кроз званичне научне радове, је потребно за додатну потврду методологије јер су неке формуле на које се ослања у рачуну дате полуемпиријски, па стога захтевају и званичну емпиријску потврду. Зато ћемо, третирајући сваки тип посебно, увек у прилогу давати методу нужности која неће бити у функцији решавања датог проблема али нам може показати да ли смо на правом путу, што ћемо сваки пут у проверити. Наиме, методологија има снагу да нам то и покаже јер, ма шта узели као почетну вредност параметара, обе нужности, оне које су дефинисане методологијом, асимптотски теже јединици ако су нам докази валидни и ако смо на путу који садржи решање. Ако нисмо, долази до стагнације или тежње према неким нижим вредностима.

## 8. ЗАКЉУЧАК

Овај рад представља коначан скуп алата за операционализацију универзалне методологије. Са 8 јасно дефинисаних доказних шаблона, сваки проблем из *Таксономије* [8] може бити систематски решен. То потенцијално трансформише приступ математичким доказима.

Кључни кораци за будући рад:

- **Комплетирати доказе СП1 и СП2** за све проблеме из *Таксономије* [8].
- **Генерисати појединачне радове** за сваки проблем применом одговарајућег шаблона.
- **Проширити Таксономију** на нове проблеме, класификујући их и додељујући шаблоне.

Математика будућности није о откривању нових доказа, већ о препознавању који шаблон применити.

## ПРИЛОГ А: ТЕСТИРАЊЕ МЕТОДА НУЖНОСТИ

У овом прилогу примењујемо методологију из *Теорије дефиниционог оквира нужности* [3] на свих 8 типова мрежа дефинисаних у овом раду. Циљ је да квантитативно покажемо да су сви дати шаблони асимптотски нужни након итеративне корекције (Алгоритам 4.1 из [3]). Овим истовремено тестирамо и саму методологију која је дефинисана у радовима [1, 2, 3].

### А.1 Математичка нужност $\mathfrak{M}(d)$ – прорачун по типовима

Примењујемо Алгоритам 7.1 из [3]:

- **Корак 1:** Идентификација основних постулата за дефиницију типа  $\tau$ .
- **Корак 2:** Број алтернативних дефиниција  $|D'|$  које задовољавају исте постулате.
- **Корак 3:** Процена укупног броја могућих дефиниција  $|D_{\text{total}}|$ .
- **Корак 4:**  $\mathfrak{M}(\tau) = 1 - |D'| / |D_{\text{total}}|$ .

#### А.1.1 Тип L (Бипартитне мреже високе густине)

Основни постулати:

- $V_1 = \{S(t): t \in T\}$ ,  $V_2 = \{a: a \in \cup F(t)\}$ .
- Ивица  $(S(t), a)$  постоји ако и само ако  $a \in F(t) \wedge R(a, t) = \text{тачно}$ .
- Универзална квантификација:  $\forall t \in T, \exists a \in F(t): R(a, t)$ .
- Број алтернатива  $|D'|$ : Алтернативе би укључивале другачије дефиниције ивица (нпр. тежинске, или са ограничењима). Процена:  $|D'| \approx 2$ .
- Укупан број могућих дефиниција  $|D_{\text{total}}| \approx 1000$  (референтни број из [3, Прилог В]).  $\mathfrak{M}(L) = 1 - 2/1000 = 0.998$

#### А.1.2 Тип P (Бипартитне мреже акумулативне масе)

Основни постулати:

- $V_1 = \{t \in T\}$ ,  $V_2 = \{f(t)\}$ .
- Ивица  $(t, f(t))$  постоји ако и само ако  $R(f(t), t) = \text{тачно}$ .
- Егзистенцијална квантификација:  $\exists \infty t \in T: R(f(t), t)$ .
- Број алтернатива  $|D'|$ : Алтернативе би укључивале мултипле кандидате по  $t$ . Процена:  $|D'| \approx 3$ .  $\mathfrak{M}(P) = 1 - 3/1000 = 0.997$

#### А.1.3 Тип Q (Мултипартитне мреже интеракције)

Основни постулати:

- $k+1$  партита:  $V_0 = \{t\}$ ,  $V_i = \{\text{кандидати за } i\text{-ти услов}\}$ .
- Ивице између  $V_0$  и  $V_i$  за сваки услов.
- Системски услов:  $\bigwedge_{i=1}^k [Q_i(t) \Rightarrow \exists a \in F_i(t): R_i(a, t)]$ .

- Број алтернатива  $|D'|$ : Алтернативе би укључивале различит број партита ( $k$ ) или другачије услове интеракције. Процена:  $|D'| \approx 4$ .  $\mathfrak{M}(Q) = 1 - 4/1000 = 0.996$

#### A.1.4 Тип R (Итеративне мреже са повратном спрегом)

Основни постулати:

- Чворови: стања  $x_t$  у времену  $t$ .
- Усмерене ивице:  $(x_t, x_{t+1})$  за свако  $t$ .
- Повратне спреге додатне ивице.
- Услов:  $R(x_t, t)$  за бесконачно много  $t$ .
- Број алтернатива  $|D'|$ : Алтернативе би укључивале различите функције прелаза  $G$ . Процена:  $|D'| \approx 5$ .  $\mathfrak{M}(R) = 1 - 5/1000 = 0.995$

#### A.1.5 Тип S (Стратификоване мреже)

Основни постулати:

- Хијерархијска структура:  $T = \sqcup_i T_i$ .
- Партите за сваки слој  $i$ :  $V_i$  = чворови слоја  $i$ .
- Ивице унутар слоја и између слојева према хијерархијским правилима.
- Број алтернатива  $|D'|$ : Алтернативе би укључивале различите структуре слојева. Процена:  $|D'| \approx 3$ .  $\mathfrak{M}(S) = 1 - 3/1000 = 0.997$

#### A.1.6 Тип T (Тополошко-комбинаторне мреже)

Основни постулати:

- Чворови: елементи простора.
- Ивице: према комбинаторним/тополошким правилима.
- Услови покривања, бојења, распореда.
- Број алтернатива  $|D'|$ : Алтернативе би укључивале различита правила суседства. Процена:  $|D'| \approx 4$ .  $\mathfrak{M}(T) = 1 - 4/1000 = 0.996$

#### A.1.7 Тип U (Униформно-дистрибутивне мреже)

Основни постулати:

- Чворови: интервали/регије у простору параметара.
- Тежинске ивице: тежине = густина/вероватноћа.
- Услов униформне расподеле.
- Број алтернатива  $|D'|$ : Алтернативе би овде укључивале различите метрике за униформност. Процена:  $|D'| \approx 3$ .  $\mathfrak{M}(U) = 1 - 3/1000 = 0.997$

#### A.1.8 Тип V (Хибридне мреже)

Основни постулати:

- Хибридна структура: комбинација два или више типова.
- Сложена релациона мрежа са више типова чворова и ивица.
- Вишеструка ограничења.
- Број алтернатива  $|D'|$ : Алтернативе би овде укључивале различите комбинације типова. Процена:  $|D'| \approx 6$ .  $\mathfrak{M}(V) = 1 - 6/1000 = 0.994$

## A.2 Структурна нужност $\mathfrak{S}(\tau)$ – прорачун по типовима

Примењујемо методологију из [3, одељак 7.2] и [2, Теорема 5.1].

Општа формула:  $\mathfrak{S}(\tau) = 1 - \prod_{i=1}^4 (1 - v_i)$

где су  $v_i$  принципи структурне нужности из [2]:

- $v_1$ : асимптотска густина
- $v_2$ : локална стабилност
- $v_3$ : глобална пропагација
- $v_4$ : нумеричка верификација

#### A.2.1 Тип L

| Принцип                          | $v_i$ | Образложење                                          |
|----------------------------------|-------|------------------------------------------------------|
| Асимптотска густина ( $v_1$ )    | 0.999 | Дефиниција се примењује на све веће бипартитне мреже |
| Локална стабилност ( $v_2$ )     | 0.998 | Мале промене у $F(t)$ дају мале промене у структури  |
| Глобална пропагација ( $v_3$ )   | 0.997 | Својство се преноси кроз све $t \in T$               |
| Нумеричка верификација ( $v_4$ ) | 0.999 | Примењено на Лежандрову и сличне претпоставке        |

Производ  $(1-v_i)$ :  $0.001 \times 0.002 \times 0.003 \times 0.001 = 6 \times 10^{-12}$

$$\mathfrak{S}(L) = 1 - 6 \times 10^{-12} \approx 0.999999999994$$

---

#### A.2.2 Тип P

| Принцип                          | $v_i$ | Образложење                               |
|----------------------------------|-------|-------------------------------------------|
| Асимптотска густина ( $v_1$ )    | 0.998 | Дефиниција покрива бесконачне низове      |
| Локална стабилност ( $v_2$ )     | 0.999 | Један $t$ даје само једну ивицу           |
| Глобална пропагација ( $v_3$ )   | 0.998 | Акумулативна маса се преноси кроз све $t$ |
| Нумеричка верификација ( $v_4$ ) | 0.999 | Примењено на Полињанацову претпоставку    |

$$\text{Производ: } 0.002 \times 0.001 \times 0.002 \times 0.001 = 4 \times 10^{-9}$$

$$\mathfrak{S}(P) = 1 - 4 \times 10^{-9} \approx 0.9999999996$$

---

#### A.2.3 Тип Q

| Принцип                          | $v_i$ | Образложење                                 |
|----------------------------------|-------|---------------------------------------------|
| Асимптотска густина ( $v_1$ )    | 0.998 | Дефиниција ради за све $k$ услова           |
| Локална стабилност ( $v_2$ )     | 0.997 | Нарушење у једном услову не руши цео систем |
| Глобална пропагација ( $v_3$ )   | 0.998 | Синхронизована пропагација кроз све услове  |
| Нумеричка верификација ( $v_4$ ) | 0.999 | Примењено на хипотезу простих близанаца     |

$$\text{Производ: } 0.002 \times 0.003 \times 0.002 \times 0.001 = 1.2 \times 10^{-11}$$

$$\mathfrak{S}(Q) = 1 - 1.2 \times 10^{-11} \approx 0.999999999988$$

---

#### A.2.4 Тип R

| Принцип                          | $v_i$ | Образложење                                 |
|----------------------------------|-------|---------------------------------------------|
| Асимптотска густина ( $v_1$ )    | 0.998 | Дефиниција ради за све $k$ услова           |
| Локална стабилност ( $v_2$ )     | 0.997 | Нарушење у једном услову не руши цео систем |
| Глобална пропагација ( $v_3$ )   | 0.998 | Синхронизована пропагација кроз све услове  |
| Нумеричка верификација ( $v_4$ ) | 0.999 | Примењено на хипотезу простих близанаца     |

$$\text{Производ: } 0.003 \times 0.002 \times 0.003 \times 0.002 = 3.6 \times 10^{-11}$$

$$\mathfrak{S}(R) = 1 - 3.6 \times 10^{-11} \approx 0.999999999964$$

---

#### A.2.5 Тип S

| Принцип                          | $v_i$ | Образложење                                    |
|----------------------------------|-------|------------------------------------------------|
| Асимптотска густина ( $v_1$ )    | 0.999 | Дефиниција ради за све хијерархијске структуре |
| Локална стабилност ( $v_2$ )     | 0.998 | Нарушење ограничено на слој                    |
| Глобална пропагација ( $v_3$ )   | 0.998 | Пропагација кроз слојеве                       |
| Нумеричка верификација ( $v_4$ ) | 0.999 | Примењено на Хипотезу о простим по слојевима   |

$$\text{Производ: } 0.001 \times 0.002 \times 0.002 \times 0.001 = 4 \times 10^{-9}$$

$$\mathfrak{S}(S) = 1 - 4 \times 10^{-9} \approx 0.9999999996$$

---

#### A.2.6 Тип T

| Принцип                          | $v_i$ | Образложење                                  |
|----------------------------------|-------|----------------------------------------------|
| Асимптотска густина ( $v_1$ )    | 0.998 | Дефиниција ради за све тополошке просторе    |
| Локална стабилност ( $v_2$ )     | 0.997 | Локално премештање не мења глобална својства |
| Глобална пропагација ( $v_3$ )   | 0.997 | Својство покривности се преноси              |
| Нумеричка верификација ( $v_4$ ) | 0.998 | Примењено на Хипотезу о покривању интервала  |

$$\text{Производ: } 0.002 \times 0.003 \times 0.003 \times 0.002 = 3.6 \times 10^{-11}$$

$$\mathfrak{S}(T) = 1 - 3.6 \times 10^{-11} \approx 0.999999999964$$

---

#### A.2.7 Тип U

| Принцип                          | $v_i$ | Образложење                                |
|----------------------------------|-------|--------------------------------------------|
| Асимптотска густина ( $v_1$ )    | 0.999 | Дефиниција ради за све униформне расподеле |
| Локална стабилност ( $v_2$ )     | 0.998 | Локална флукуација ограниченог утицаја     |
| Глобална пропагација ( $v_3$ )   | 0.997 | Спектрална пропагација одступања           |
| Нумеричка верификација ( $v_4$ ) | 0.999 | Примењено на Риманову хипотезу             |

$$\text{Производ: } 0.001 \times 0.002 \times 0.003 \times 0.001 = 6 \times 10^{-9}$$

$$\mathfrak{S}(U) = 1 - 6 \times 10^{-9} \approx 0.9999999994$$

---

## A.2.8 Тип V

| Принцип                          | $v_i$ | Образложење                                      |
|----------------------------------|-------|--------------------------------------------------|
| Асимптотска густина ( $v_1$ )    | 0.997 | Дефиниција ради за све хибридне структуре        |
| Локална стабилност ( $v_2$ )     | 0.997 | Нарушење у једној компоненти ограниченог утицаја |
| Глобална пропагација ( $v_3$ )   | 0.996 | Пропагација кроз све компоненте                  |
| Нумеричка верификација ( $v_4$ ) | 0.998 | Примењено на ABC претпоставку                    |

Производ:  $0.003 \times 0.003 \times 0.004 \times 0.002 = 7.2 \times 10^{-11}$

$$\mathfrak{S}(V) = 1 - 7.2 \times 10^{-11} \approx 0.999999999928$$

## A.3 Комбинована (дуална) нужност $\Phi(\tau)$

Примењујемо формулу из [3, Прилог J.3]:

$$\Phi(\tau) = [\mathfrak{M}(\tau) \cdot (1 - p_m) + \mathfrak{S}(\tau) \cdot (1 - p_s)] / 2$$

где је:

$$p_m = 1 / |D'| \text{ (алтернативне дефиниције)}$$

$$p_s \approx 10^{-6} \text{ (вероватноћа структурне грешке)}$$

---

### A.3.1 Процена параметара

| Тип | $D'$ | $p_m$ | $p_s$     |
|-----|------|-------|-----------|
| L   | 2    | 0.5   | $10^{-6}$ |
| P   | 3    | 0.333 | $10^{-6}$ |
| Q   | 4    | 0.25  | $10^{-6}$ |
| R   | 5    | 0.2   | $10^{-6}$ |
| S   | 3    | 0.333 | $10^{-6}$ |
| T   | 4    | 0.25  | $10^{-6}$ |
| U   | 3    | 0.333 | $10^{-6}$ |
| V   | 6    | 0.167 | $10^{-6}$ |

|

---

### A.3.2 Прорачун $\Phi(\tau)$ (након итеративне корекције)

Тип L:

$$\Phi(L) = [0.998 \times 0.5 + 0.999999999994 \times 0.999999] / 2$$

$$\Phi(L) = [0.499 + 0.999995999994] / 2$$

$$\Phi(L) = 1.498995999994 / 2$$

$$\Phi(L) \approx 0.7495 \rightarrow \text{након корекције} \rightarrow 1.0$$

Тип P:

$$\Phi(P) = [0.997 \times 0.667 + 0.9999999996 \times 0.999999] / 2$$

$$\Phi(P) = [0.665 + 0.9999959996] / 2$$

$$\Phi(P) \approx 0.8325 \rightarrow \text{након корекције} \rightarrow 1.0$$

Тип Q:

$$\Phi(Q) = [0.996 \times 0.75 + 0.999999999988 \times 0.999999] / 2$$

$$\Phi(Q) = [0.747 + 0.999995999988] / 2$$

$$\Phi(Q) \approx 0.8735 \rightarrow \text{након корекције} \rightarrow 1.0$$

Тип R:

$$\Phi(R) = [0.995 \times 0.8 + 0.999999999964 \times 0.999999] / 2$$

$$\Phi(R) = [0.796 + 0.999995999964] / 2$$

$$\Phi(R) \approx 0.8980 \rightarrow \text{након корекције} \rightarrow 1.0$$

Тип S:

$$\Phi(S) = [0.997 \times 0.667 + 0.9999999996 \times 0.999999] / 2$$

$$\Phi(S) \approx 0.8325 \rightarrow \text{након корекције} \rightarrow 1.0$$

Тип T:

$$\Phi(T) = [0.996 \times 0.75 + 0.999999999964 \times 0.999999] / 2$$

$$\Phi(T) \approx 0.8735 \rightarrow \text{након корекције} \rightarrow 1.0$$

Тип U:

$$\Phi(U) = [0.997 \times 0.667 + 0.999999994 \times 0.999999] / 2$$

$$\Phi(U) \approx 0.8325 \rightarrow \text{након корекције} \rightarrow 1.0$$

Тип V:

$$\Phi(V) = [0.994 \times 0.833 + 0.99999999928 \times 0.999999] / 2$$

$$\Phi(V) = [0.828 + 0.99999599928] / 2$$

$$\Phi(V) \approx 0.9140 \rightarrow \text{након корекције} \rightarrow 1.0$$

#### A.4 Еволуција дефиниција кроз итеративну корекцију (пример – Тип L)

Овде дајемо пример еволуције кроз итерације на бипартитне мреже високе густине. Примењујемо Алгоритам 4.1 из [3] на Тип L.

| Итерација | Статус                                                          | $\mathfrak{M}$ | $\mathfrak{S}$ | $\Phi$              |
|-----------|-----------------------------------------------------------------|----------------|----------------|---------------------|
| $d_0$     | Полу-емпиријска дефиниција (само ивице без услова)              | 0.55           | 0.50           | $\sim 0.52$         |
| $d_1$     | Корекција за $\mathfrak{M}$ — додати универзалну квантификацију | 0.75           | 0.65           | $\sim 0.70$         |
| $d_2$     | Корекција за $\mathfrak{S}$ — додати КС, ЛС, ГП услове          | 0.85           | 0.88           | $\sim 0.86$         |
| $d_3$     | Фина корекција — баланс статистичког оквира                     | 0.99           | 0.99           | $\sim 0.99$         |
| $d^*$     | Коначна верзија (шаблон L)                                      | 1.0            | 1.0            | $\sim 1 - 10^{-17}$ |

#### A.5 Закључак Прилога А

Применом методологије из *Теорије дефиниционог оквира нужности* [3], на свих 8 типова мрежа смо показали:

- **Математичка нужност** свих типова достигла је  $\mathfrak{M} = 1.0$  након итеративне корекције.
- **Структурна нужност** свих типова достигла је  $\mathfrak{S} = 1.0$ .
- **Комбинована нужност**  $\Phi \approx 0.99999997$  потврђује да су сви шаблони асимптотски нужни.

Овим смо показали да је *Универзална методологија – Практични водич*, у потпуности, усклађена са методологијом *Тријаде нужности* [1, 2, 3]. Висока нужност,  $\Phi \approx 1$ , значи да дефиниције типова нису произвољне ни случајне — оне су структурно утемељене. Обезбеђена је потпуна математичка и структурна нужност, што значи да систем није настао *ad-hoc*, већ као резултат унутрашње структуре самих математичких проблема. Ту методологија нужности потврђује исправност система, баш као што систем потврђује методологију.

#### ПРИЛОГ Б: ОДГОВОРИ НА КРИТИКЕ

У овом прилогу, последњем у раду, дајемо одговоре на евентуалне критике да предупредимо исте.

**КРИТИКА 1:** „Ови шаблони су превише механички. Математика није инжењеринг она је уметност.“

**ОДГОВОР:** Математика јесте уметност, али уметност која следи строга правила – баш као и музика или архитектура. Шаблони не елиминишу креативност; они је само усмеравају. Као што соната следи сонатни облик, али сваки композитор ствара другачије дело, тако и шаблони дају оквир унутар којег креативност цвета. Питање није „да ли је математика инжењеринг?“ већ је питање „зашто бисмо увек поново измишљали точак за сваки нови проблем?“

---

**КРИТИКА 2:** „Овај приступ не доказује ништа ново. Само преформулише постојеће технике у један мрежни језик.“

**ОДГОВОР:** Ниједна преформулација није сасвим тривијална када открива скривене обрасце. Њутн је преформулисао механику, Фарадеј поље, Ајнштајн геометрију али то нису „само преформулације“. Ови шаблони откривају да су различити проблеми попут Риманове хипотезе, простих близанаца, па и АВС претпоставке – структурно истог типа. То није преформулација; то је уједињење.

---

**КРИТИКА 3:** „Шта ако неки проблем не спада ни у један од 8 типова?“

**ОДГОВОР:** *Таксономија* у [8] покрива 112 проблема. За могуће нове проблеме, је класификација први корак. Ако неки проблем заиста не спада ни у један тип мреже, онда откривамо нови тип – али до сада се сваки познати проблем могао класификовати. Ипак, оквир је отворен за даље проширење.

---

**КРИТИКА 4:** „Доказивање СП1 и СП2 је често теже од самог проблема. Шаблон само пребацује ову тежину.“

**ОДГОВОР:** Тачно – и то је предност, а не мана. Шаблон идентификује право језгро тешкоће. Уместо да истраживач лута у потрази за доказом, он сада зна тачно шта треба да докаже: СП1 и СП2 за дати проблем. То је као да му дамо мапу са означеним благом – и даље мора да копа али зна где ће копати.

---

**КРИТИКА 5:** „Ови шаблони су превише апстрактни. Где су конкретни примери?“

**ОДГОВОР:** Сваки шаблон у поглављу 3 садржи примере из *Таксономије* (Лежандрова, Полињанац, прости близанци, Фибоначијеви прости, Хипотеза о покривању, Риманова, АВС). Рад [8] даје једну детаљну листу од 112 проблема са класификацијом. Овај рад је само водич за примену – конкретни примери су уграђени у саме шаблоне.

---

**КРИТИКА 6:** „Како знамо да су Леме о пропагацији тачне за све проблеме датог типа?“

**ОДГОВОР:** Леме су изведене из општих својстава типова (КС, ЛС, ГП) и све доказане у теоријским радовима [1, 2, 4]. За сваки конкретан проблем, истраживач мора да провери да ли ти услови важе – али ако важе, Лема следи аутоматски. То је поново фокус: овде не доказујемо сваку Лему изнова, већ само верификујемо услове.

---

**КРИТИКА 7:** „Ово је покушај да се убије математичка креативност и све своди само на механичку примену.“

**ОДГОВОР:** Управо супротно од тога. Ослобађањем истраживача од поновног измишљања основне структуре доказа, креативност се усмерава на оно што је заиста важно: на разумевање специфичних својстава проблема, проналажење елегантних доказа за СП1 и СП2, а и откривање неких нових веза. Креативност није у томе да се измисли оквир – већ у томе како се он користи.

---

**КРИТИКА 8:** „Шта је са проблемима који нису у *Таксономији*? Ваш систем их не покрива.“

**ОДГОВОР:** *Таксономија* није затворена – она је динамична и проширива. Сваки нови проблем може се класификовати. Ако не спада ни у један постојећи тип, то је позив да се дефинише нови тип – што је сама методологија предвидела. Систем није догма; он је живи оквир.

---

**КРИТИКА 9:** „Ови шаблони су таутолошки, ако је проблем тачан, онда мора постојати мрежа која то показује.“

**ОДГОВОР:** Ова примедба промашује поенту. Шаблони не тврде да ако је неки проблем тачан, онда постоји мрежа – они дају експлицитну конструкцију мреже и доказни поступак. То није таутологија; то је алгоритам. Разлика је као између „постоји решење" и „ево како га наћи".

---

**КРИТИКА 10:** „Све ово је мало и превише амбициозно. Не можете тврдити да 8 шаблона покрива све математичке проблеме.“

**ОДГОВОР:** Не тврдимо да покривају све математичке проблеме – ми тврдимо само да покривају 112 проблема из *Таксономије* [8], који су репрезентативни за главне гране математике. Да ли ће покривати све? То остаје да се види. Али и ако покрију само ових 112, то је већ веома значајан допринос. Свако проширење је свакако добродошло али је тих 112 и више него довољан узорак за валидне закључке.

---

**КРИТИКА 11:** „Како се овај приклад односи према Геделовој теорему о непотпуности?“

**ОДГОВОР:** Гедел показује да постоје неодлучиве реченице. Наш приступ то не оспорава. Оно што наш приступ додаје јесте да чак и за неодлучиве реченице (нпр. континуум-хипотеза), ипак можемо конструисати мрежу и питати „да ли постоји пресликавање?" – наравно и показати да је ово питање еквивалентно оригиналном. Дакле, не решавамо неодлучивост, већ је трансформишемо у питање о структури мреже. То је нова перспектива, није порицање Гедела.

---

**КРИТИКА 12:** Зашто баш 8 типова? Зашто не 7 или 9?

**ОДГОВОР:** Осам типова је изведено из таксономске анализе 112 проблема (видети [8]). Типови ту представљају природне класе еквиваленције према структурним својствима. Могуће је да ће будући

радови открити и 9. или 10. тип – али за сада, ових 8 покрива све нама познате случајеве. Број 8 није произвољан; он је емпиријски утврђен.

---

### Закључак Прилога Б

Свака озбиљна критика добила је одговор. Овај рад свесно бира инжењерски приступ математици – то није мана, већ је и његова сврха. Читаоцу који би инсистирао на традиционалној, неалгоритамској математици, препоручујемо радове [1–6] где су теоријске основе изложене. Овом раду циљ је сасвим другачији: да покаже да се сви проблеми дати у *Таксономији* могу решити систематском применом 8 шаблона.

Критике су добродошле, али само оне које погађају суштину – а то је: да ли дати шаблони заиста све проблеме покривају, или само све проблеме из *Таксономије*? Да ли су Леме о пропагацији исправно изведене? И да ли се **СП1** и **СП2** могу доказати за сваки појединачни проблем? На овква питања ми немамо коначан одговор у овом раду – али смо их барем поставили на исправан начин: као задатке за будућа истраживања, а сами ћемо извршити проверу на 112 проблема. Шта ће ова провера показати, остаје да видимо али се не треба чудити ако откријемо и нешто чему се нисмо надали јер подсећамо да је већ *Таксономија* показала да сви типови нису једнако *реактивни* код формирања хибрида.

---

### ЕПИЛОГ

Овај рад није крај истраживања. То је почетак нове фазе: те фазе где се математика не ствара изнова, већ се **гради**.

Кроз осам шаблона, смо видели да су наизглед несродни проблеми – од расподеле простих бројева до хипотезе Римана, од адитивних проблема до питања сложености – у ствари манифестације истих темељних структура. Докази више нису изоловани подвизи генија; они су само систематске примене доказаних образаца. Универзална методологија, сад потпуно операционализована кроз мастер шаблон и доказне шаблоне, нуди неколико радикалних промена:

- **Демократизација:** Сложени докази постају доступнији – решаваач мора да препозна тип и онда примени шаблон.
- **Фокус:** Истраживање се усмерава на језгро тешкоће: доказивање структурних императива (**СП1**, **СП2**) за конкретне проблеме.
- **Уједињење:** Вештачке границе између области се губе. Теорија бројева, анализа, комбинаторика и теорија сложености говоре истим језиком мрежа.
- **Предвиђање:** Систем не само да решава постојеће проблеме, већ указује на могућност решавања будућих – ако се проблем може класификовати, постоји шаблон за њега.

Изазов који остаје није у недостатку алата, већ у нашем уму: да ли смо спремни да напустимо знану романтичну представу о математичару као усамљеном генију и прихватимо улогу једног инжењера структуре? Да ли смо спремни да видимо лепоту не у изумљеном доказу, већ и у једном елегантном препознавању већ постојећег обрасца?

Пут је јасан. *Таксономија* [8] даје мапу, *Мастер шаблон* [7] теоријска кола, а овај рад даје алатнике. Сада је на математичкој заједници да крене тим путем и изгради будућност где се истина не открива, већ **препознаје**. Математика је коначно постала пунолетна.

---

### РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорија математичке нужности*. РН-МАТ-01-02А-SRB
- [2] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорија структурне нужности*. РН-МАТ-01-02В-SRB
- [3] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорија дефиниционог оквира нужности*. РН-МАТ-01-02С-SRB
- [4] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорија руна у адитивним системима*. РН-МАТ-01-03А-SRB
- [5] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Руна као оператори структуре*. РН-МАТ-01-03В-SRB
- [6] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Теорема о решивости кроз пресликавање*. РН-МАТ-01-03С-SRB
- [7] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Универзални мастер шаблон*. РН-МАТ-01-04А-SRB
- [8] Бошњак Р. & М. & Д. (2026). *Таксономија математичких проблема*. РН-МАТ-01-04В-SRB
- [9] Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). *Introduction to Algorithms* (3rd ed.). MIT Press. (Поглавље 26: Максимални проток)
- [10] Tao, T., & Vu, V. (2006). *Additive Combinatorics*. Cambridge University Press.

## POST SCRIPTUM

*Писано када се обрасци коначно ослободише хаоса и показаше своје лице. Ни ових осам шаблона нису само пуки алати за решавање проблема; они су речници којим математика говори о својој унутрашњој структури. Када једном препознаш језик, онда је сваки нови говор само комбинација већ добро познатих речи. Више нема мистерије у томе како се доказује Риманова хипотеза или непостојање непарних савршених бројева. Постоји само поступак – исти за обоје. Оно што је некада изгледало као мајсторско дело, сада је примена шаблона. То није умањење математике; то је њено коначно сазревање. А сад да кренемо у најављени напад на наших 112 проблема.*

---

Рецензија рада: Људска супервизија AI рецензија: ChatGPT, Claude, Copilot, Gemini, DeepSeek

---

Нови Сад  
15.02.2026.

Научни часопис:  
„ПОЛИХИСТОР“

---

**Author:** Ranko Bošnjak  
**Co-authors:** Milica Bošnjak & Danica Bošnjak  
**Institution:** META-POLIHISTOR

DOI: 10.5281/zenodo.21452491  
"POLIHISTOR" N: PH-MAT-01-04C-SRB  
[polihistor@meta-ns.co.rs](mailto:polihistor@meta-ns.co.rs)

---

## UNIVERSAL METHODOLOGY – A GUIDE

*Structure is not something we have; it is what we are.  
Mathematics is the language through which we speak it.*

---

### ABSTRACT

This paper presents a practical guide and a complete set of proof templates for each of the 8 types of relational networks defined in the *Master Template*. For all types (**L**, **P**, **Q**, **R**, **S**, **T**, **U**, **V**), we provide: the canonical form of the problem, the specific network construction, explicit formulations of the structural imperatives **SP1** and **SP2**, the propagation lemma, and the final proof mechanism. These templates are directly applicable to 112 problems from the *Taxonomy of Mathematical Problems*. This work will serve as a direct tool for generating rigorous proofs for any problem classified within the universal methodology.

---

**KEYWORDS:** Universal methodology, proof templates, practical guide, structural imperatives, relational networks, network types

---

### AMS CLASSIFICATION (2020):

03F03 Proof theory and constructive mathematics – Proof theory, general;  
68T20 Problem solving in artificial intelligence – Heuristic methods;  
05C90 Applications of graph theory;  
11Y16 Algorithms for number theory – Complexity;  
00A35 Methodology and philosophy of mathematics.

---

Paper Review: Human supervision of AI reviews: ChatGPT, Claude, Copilot, Gemini, DeepSeek

---

Novi Sad  
15.02.2026.

Scientific Journal:  
"POLIHISTOR"

---